

1 APIC ■ Semestre 2 ■ Gestion de données

20

Proportionnalité

Reconnaître une situation de proportionnalité, calculer une quatrième proportionnelle et utiliser une échelle.

01

Reconnaître la proportionnalité

1. Tableau de proportionnalité

Définition 1

Un tableau est dit de proportionnalité lorsqu'on passe d'une ligne à l'autre en multipliant par le même nombre ; ce nombre est appelé coefficient de proportionnalité.

Exemples

1)

Masse en kg	1	2	4	5
Prix en DH	12	24	48	60

12 est le coefficient de proportionnalité.

2)

6	10	14	15
9	15	21	24

On a :

$$\frac{9}{6} = \frac{3}{2}, \quad \frac{15}{10} = \frac{3}{2}, \quad \frac{21}{14} = \frac{3}{2}, \quad \frac{24}{15} = \frac{8}{5}.$$

Donc, ce tableau n'est pas un tableau de proportionnalité car :

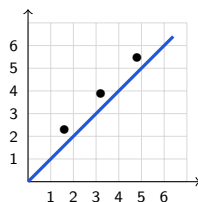
$$\frac{3}{2} \neq \frac{8}{5}.$$

2. Graphique d'une proportionnalité

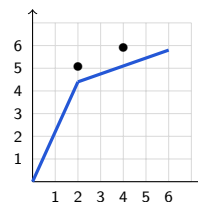
Propriété

Si les points du graphique sont alignés avec l'origine, alors on est dans une situation de proportionnalité.

Exemples



C'est une situation de proportionnalité.



Ce n'est pas une situation de proportionnalité.

02

Calcul d'une quatrième proportionnelle

Définition 2

Dans une situation de proportionnalité, si l'on connaît trois valeurs sur quatre du tableau, alors on peut calculer la quatrième valeur. On dit que l'on calcule la quatrième proportionnelle.

Exemple

On considère le tableau de proportionnalité suivant :

30	36
24	x

Trouvons la valeur de x .

Le coefficient de proportionnalité est :

$$\frac{24}{30} = 0,8.$$

Donc :

$$x = 36 \times 0,8 = 28,8.$$

03

Échelle

Définition 3

L'échelle d'un plan est le coefficient de proportionnalité entre les longueurs sur le plan et les longueurs réelles.

Remarque

Les longueurs doivent être exprimées avec la même unité :

$$e = \frac{\text{longueur sur le plan}}{\text{longueur réelle}} \quad \text{où } e \text{ est l'échelle.}$$

Exemple

On représente sur une maquette une longueur de 22,5 m par une longueur de 9 cm.

Conversion : 225 m = 22 500 cm.

On a :

$$e = \frac{9}{22\,500} = \frac{9 \times 1}{9 \times 250} = \frac{1}{250}.$$

Donc cette maquette est à l'échelle $\frac{1}{250}$.

Alors, 1 cm sur cette maquette représente 250 cm dans la réalité.

Une longueur de 8,1 m sera représentée par x cm. En effet : 8,1 m = 810 cm.

Longueur réelle en cm	250	810
Longueur sur la maquette en cm	1	x

Donc :

$$x = 810 \times \frac{1}{250} = 3,24.$$

04

Compléter un tableau de proportionnalité

Exemple 1

Compléter le tableau de proportionnalité ci-dessous :

6	10	...	4	...
24	...	32	...	44

On détermine le coefficient de proportionnalité. On a :

$$\frac{24}{6} = 4.$$

Puis, on multiplie par 4 les nombres de la première ligne pour obtenir ceux de la seconde ligne.
Et pour obtenir les nombres de la première ligne, on divise par 4 les nombres de la seconde ligne.

6	10	8	4	11
24	40	32	16	44

Exemple 2

Compléter le tableau de proportionnalité ci-dessous :

2	5	7	9	...	...
9	22,5	...	...	27	72

Dans un tableau de proportionnalité, on peut additionner les nombres de deux colonnes pour obtenir celle de la troisième colonne c'est-à-dire :

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{a+c}{b+d}.$$

Donc :

$$\frac{2}{9} = \frac{5}{22,5} = \frac{2+5}{9+22,5} = \frac{7}{31,5}.$$

De même on a :

$$\frac{2}{9} = \frac{7}{31,5} = \frac{2+7}{9+31,5} = \frac{9}{40,5}.$$

On peut également multiplier ou diviser les nombres d'une même colonne par un même nombre k non nul, c'est-à-dire :

$$\frac{a}{b} = \frac{k \times a}{k \times b} = \frac{a : k}{b : k} \quad \text{où } k \neq 0.$$

Donc :

$$\frac{2}{9} = \frac{3 \times 2}{3 \times 9} = \frac{6}{27} \quad \text{et on a aussi} \quad \frac{2}{9} = \frac{8 \times 2}{8 \times 9} = \frac{16}{72}.$$

Et par suite on trouve le tableau de proportionnalité suivant :

2	5	7	9	6	16
9	22,5	31,5	40,5	27	72

05

Utiliser une échelle

Exemple 3

Sur une carte à l'échelle $\frac{1}{5\,000\,000}$ la distance entre deux villes est 5,4 cm.

1. Quelle est en réalité la distance entre les deux villes ?
2. Quelle longueur sur cette carte séparera deux autres villes distantes de 540 km ?

L'échelle est $\frac{1}{5\,000\,000}$, cela signifie que 1 cm sur la carte représente 5 000 000 cm dans la réalité soit 50 km.

On peut créer le tableau de proportionnalité.

Distance sur la carte (en cm)	1	5,4	y
Distance dans la réalité (en km)	50	x	540

1) $x = 5,4 \times 50 = 270$, donc la distance réelle entre les deux villes est 270 km.

2) $y = 540 \times \frac{1}{50} = 10,8$, donc sur la carte les deux autres villes seront distantes de 10,8 cm.