

02

Addition et soustraction des nombres rationnels

Savoir additionner et soustraire deux nombres rationnels en les réduisant au même dénominateur, et connaître les propriétés de l'addition.

01

Addition

1. Les dénominateurs sont les mêmes

Règle 1

Pour additionner deux nombres rationnels de **même dénominateur**, on additionne les numérateurs entre eux et on garde le **dénominateur commun**.

Autrement dit : $\frac{a}{b}$ et $\frac{c}{b}$ sont deux nombres rationnels :

$$\frac{a}{b} + \frac{c}{b} = \frac{a+c}{b}.$$

Exemples

1)

$$\begin{aligned} A &= \frac{-8}{3} + \frac{2}{3} \\ A &= \frac{-8+2}{3} = \frac{-6}{3} \\ A &= -2 \end{aligned}$$

2)

$$\begin{aligned} B &= \frac{x}{2} + \frac{(-5)}{2} \\ B &= \frac{x+(-5)}{2} \\ B &= \frac{x-5}{2} \end{aligned}$$

2. Les dénominateurs sont différents

Règle 2

Pour additionner deux nombres rationnels de **dénominateurs différents**, on commence par les écrire avec le même dénominateur et on applique la règle précédente.

Autrement dit : $\frac{a}{b}$ et $\frac{c}{d}$ sont deux nombres rationnels :

$$\begin{cases} \frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{ad}{bd} + \frac{bc}{bd} \\ \frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{ad+bc}{bd} \end{cases}$$

Exemples

1)

$$\begin{aligned} A &= \frac{-5}{9} + \frac{1}{3} \\ A &= \frac{-5}{9} + \frac{3}{9} \\ A &= \frac{-5+3}{9} \\ A &= \frac{-2}{9} \end{aligned}$$

2)

$$B = \frac{7}{15} + \frac{-5}{6}$$

$$B = \frac{14}{30} + \frac{-25}{30}$$

$$B = \frac{14 + (-25)}{30}$$

$$B = \frac{-11}{30}$$

02

Propriétés

Propriétés

1/ $\frac{a}{b}$ est un nombre rationnel : $\frac{a}{b} + \left(-\frac{a}{b}\right) = 0$.

On dit que :

- $-\frac{a}{b}$ est l'opposé de $\frac{a}{b}$.
- $-\frac{a}{b}$ et $\frac{a}{b}$ sont deux nombres opposés.

2/ $\frac{a}{b}$ est un nombre rationnel : $\frac{a}{b} + 0 = \frac{a}{b}$.

3/ $\frac{a}{b}$ et $\frac{c}{d}$ sont deux nombres rationnels : $\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{c}{d} + \frac{a}{b}$.

4/ x , y et z sont des nombres rationnels :

$$x + y + z = (x + y) + z$$

$$= x + (y + z)$$

$$= (x + z) + y$$

03

Soustraction

Règle 3

$\frac{a}{b}$ et $\frac{c}{d}$ sont deux nombres rationnels :

$$\frac{a}{b} - \frac{c}{d} = \frac{a}{b} + \left(\frac{-c}{d} \right).$$

Remarque

Soustraire un nombre rationnel revient à ajouter son opposé.

Ainsi :

$$\begin{aligned} \frac{a}{b} - \frac{c}{d} &= \frac{a}{b} + \frac{-c}{d} \\ &= \frac{ad}{bd} + \frac{-bc}{bd} \\ &= \frac{ad + (-bc)}{bd} \\ &= \frac{ad - bc}{bd} \end{aligned}$$

$$\text{Donc : } \frac{a}{b} - \frac{c}{d} = \frac{ad - bc}{bd}$$

Exemples

1)

$$\begin{aligned} A &= \frac{-28}{3} - \frac{5}{3} \\ A &= \frac{-28}{3} - \frac{5}{3} \\ A &= \frac{-28 - 5}{3} \\ A &= \frac{-33}{3} \\ A &= -11 \end{aligned}$$

2)

$$\begin{aligned} B &= \frac{-3}{4} - \frac{7}{6} \\ B &= \frac{-3}{4} - \frac{7}{6} \\ B &= \frac{-9}{12} - \frac{14}{12} \\ B &= \frac{-9 - 14}{12} \\ B &= \frac{-23}{12} \end{aligned}$$