

3 APIC ■ Semestre 2 ■ Activités géométriques

10 Triangles semblables

Reconnaître deux triangles semblables, utiliser les trois cas de similitude et le rapport de similitude pour calculer des longueurs et comparer des aires.

01 Les triangles semblables

Définition

Deux triangles semblables sont des triangles qui ont leurs angles deux à deux de même mesure.

Dans la suite, on respectera l'ordre des lettres : ABC et EFG sont semblables.

02 Vocabulaire et exemples

Vocabulaire

Vocabulaire

Lorsque deux triangles sont semblables :

- Un angle d'un triangle et l'angle de même mesure de l'autre triangle sont dits **homologues** ;
- Les sommets (ou les côtés opposés) de deux angles homologues sont aussi dits **homologues**.

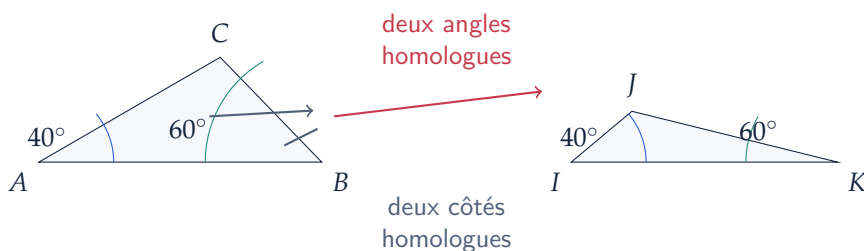
Exemples

$$1) \widehat{ABC} = \widehat{IKJ} = 60^\circ$$

$$\widehat{BAC} = \widehat{JIK} = 40^\circ$$

$$\widehat{ACB} = \widehat{IKJ} = 180^\circ - (40^\circ + 60^\circ) = 80^\circ$$

Les triangles ABC et IJK ont leurs angles deux à deux de même mesure, donc ils sont semblables.



2) Deux triangles isométriques sont semblables.

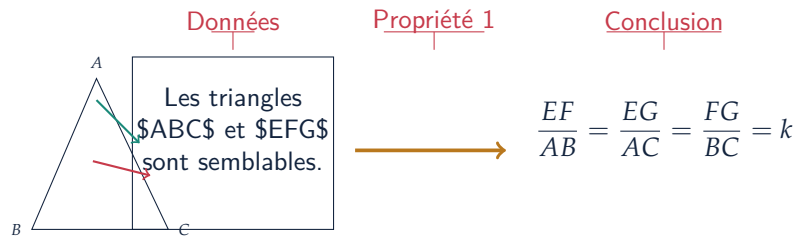
3) Deux triangles équilatéraux sont semblables.

03 Propriété des longueurs

Propriété 1

Si deux triangles sont semblables, alors les longueurs des côtés homologues sont proportionnelles.

Exemple : Les triangles ABC et EFG sont semblables.



Remarque

- Le nombre k est appelé le **rapport de similitude** des triangles ABC et EFG .
 - Dans la figure ci-dessus, EFG est une réduction du triangle ABC dans le rapport $\frac{FG}{BC}$ ($k < 1$).
- ABC est un agrandissement du triangle EFG dans le rapport $\frac{BC}{FG}$ ($k > 1$).

04

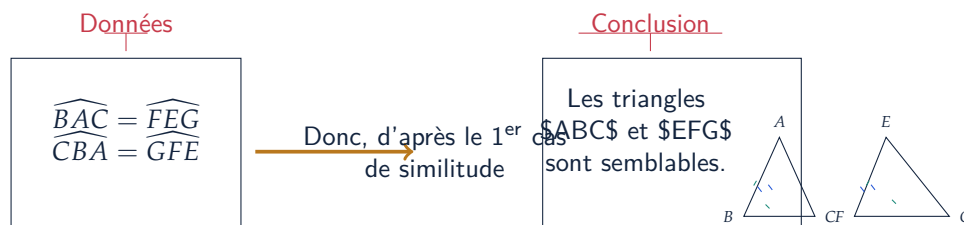
Cas de similitude

1^{er} cas de similitude

Propriété 2

Si deux angles d'un triangle ont mêmes mesures que deux angles d'un autre triangle, alors les triangles sont semblables.

Exemple :

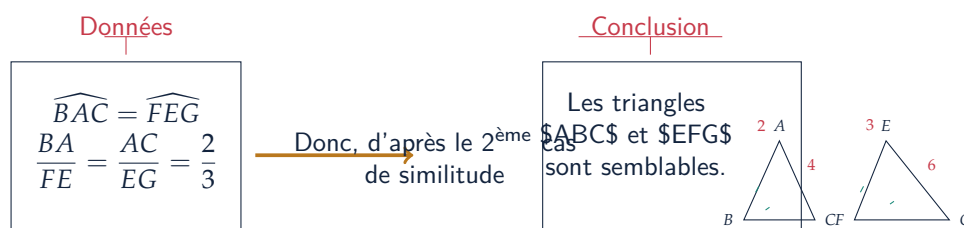


2^{ème} cas de similitude

Propriété 3

Si deux triangles ont un angle de même mesure compris entre deux côtés respectivement proportionnels, alors ils sont semblables.

Exemple :

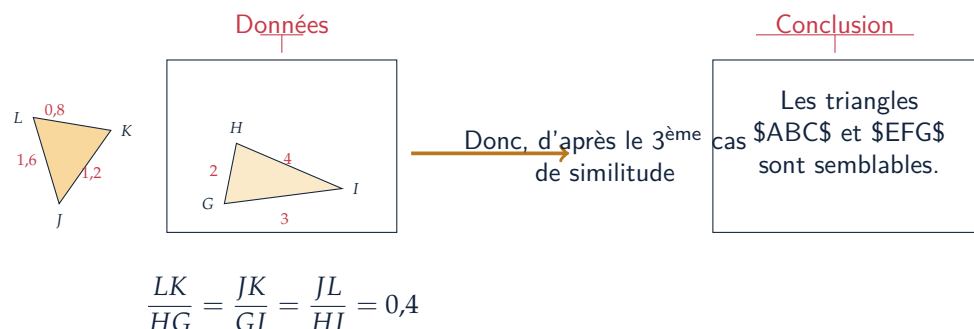


3^{ème} cas de similitude

Propriété 4

Si les longueurs des côtés de deux triangles sont deux à deux proportionnelles, alors ces triangles sont semblables.

Exemple :



05

À retenir

À retenir

Deux triangles sont **semblables** lorsqu'ils ont leurs angles deux à deux de même mesure.

Alors les longueurs de leurs côtés **homologues** sont proportionnelles :

$$\frac{EF}{AB} = \frac{EG}{AC} = \frac{FG}{BC} = k$$

où k est le **rapport de similitude**.

Les trois cas de similitude :

- 1) deux angles de même mesure ;
- 2) un angle de même mesure compris entre deux côtés respectivement proportionnels ;
- 3) trois côtés deux à deux proportionnels.