

11

Bissectrices et hauteurs d'un triangle

Utiliser les propriétés des bissectrices et des hauteurs d'un triangle.

Feuille d'exercices

45 min

Nom : _____

Date : _____

01

Exercices

Exercice 1

Les hauteurs du triangle ABC se coupent en H . Compléter les phrases du manuel en utilisant la figure : orthocentres des triangles indiqués et hauteurs relatives aux côtés demandés.

Exercice 2

Observer la figure du manuel et compléter :

- $[B \dots)$ est la bissectrice de ...
- ... est une hauteur de ABC ;
- $[\dots)$ est une ... de l'angle $\widehat{ACB}$;
- I est le ... du triangle ABC .

Exercice 3

On considère la figure du manuel, non à l'échelle.
Montrer que $[BD)$ est la bissectrice de l'angle $\widehat{ABC}$.

Exercice 4

Observer la figure du manuel.
Montrer que les points O , C et A sont alignés.

Exercice 5

Recopier la figure du manuel où $B \in [CA)$.

1. Construire $[AM)$, bissectrice de l'angle $\widehat{BAD}$.
2. Construire $[AN)$, bissectrice de l'angle $\widehat{DAC}$.
3. Montrer que les droites (AM) et (AN) sont perpendiculaires.

Exercice 6

$\widehat{EFG}$ et $\widehat{GFH}$ sont deux angles adjacents. Soit $[FM)$ et $[FN)$ respectivement les bissectrices des angles $\widehat{EFG}$ et $\widehat{GFH}$.

1. Faire une figure.
2. Montrer que :

$$\widehat{EFH} = 2\widehat{MFN}.$$

Exercice 7

Sur la figure du manuel, $ABCD$ est un carré, BCE est un triangle équilatéral et O est le milieu du segment $[BC]$.

Démontrer que la droite (EA) est bissectrice de l'angle $\widehat{OEB}$.

Exercice 8

ABC est un triangle isocèle en A .

En utilisant la figure du manuel où l'angle indiqué mesure 78° , calculer la mesure de l'angle $\widehat{BCD}$.

Exercice 9

Construire un triangle équilatéral ABC dont la hauteur mesure 5 cm.

Exercice 10

EFG est un triangle isocèle en E .

$[EA]$, $[FB]$ et $[GC]$ sont les hauteurs du triangle EFG .

1. Faire une figure.
2. Montrer que :

$$FB = GC.$$

Exercice 11

Recopier la figure du manuel.

Construire le point C tel que H soit l'orthocentre du triangle ABC .

Exercice 12

Recopier la figure du manuel.

Construire le point G tel que I soit le centre du cercle inscrit dans le triangle EFG .

Exercice 13

Construire le triangle ABC tel que (C) soit son cercle circonscrit et (D) sa bissectrice, comme indiqué sur la figure du manuel.

Exercice 14

1. Construire un triangle ABC tel que :

$$BC = 6 \text{ cm}, \quad \widehat{ABC} = 38^\circ, \quad \widehat{ACB} = 26^\circ.$$

2. Construire le triangle MBC tel que A soit le centre du cercle inscrit dans ce triangle.
3. Montrer que MBC est un triangle isocèle.
4. Montrer que :

$$AM = AC.$$

Exercice 15

ABC est un triangle rectangle en C .

E est un point de $[AB]$. La perpendiculaire à (AB) en E coupe (AC) en F et (BC) en H .

1. Construire la figure.
2. Montrer que :

$$(AH) \perp (BF).$$

Exercice 16

ABC est un triangle rectangle isocèle en A .

E est un point extérieur au triangle ABC , appartenant à la demi-droite $[CA)$ tel que $AE > AC$.

F est le point de $[AB]$ tel que $AF = AE$.

Montrer que :

$$(BC) \perp (EF) \quad \text{et} \quad (BE) \perp (CF).$$

Exercice 17

ABC est un triangle. Soit M le milieu de $[BC]$.

F et G sont respectivement les projetés orthogonaux de B et C sur la droite (AM) .

1. Faire une figure.
2. Montrer que les triangles ABM et ACM ont même aire.
3. En déduire que :

$$BF = CG.$$

Exercice 18

Construire un triangle ABC tel que la droite (D) donnée dans la figure du manuel en soit une hauteur.

Exercice 19

Construire un triangle ABC sachant que la droite (D) donnée dans la figure du manuel en est une bissectrice.

Exercice 20

L'exercice 20 n'est pas présent comme numéro distinct sur les pages 116–119 du manuel fourni.

Exercice 21

On considère la figure du manuel.

Donner la valeur de x .

Exercice 22

ABC est un triangle rectangle en A tel que :

$$\widehat{ABC} = 58^\circ.$$

Les bissectrices des angles $\widehat{ABC}$ et $\widehat{ACB}$ se coupent en D .

1. Faire une figure.
2. Calculer les mesures des angles du triangle ABI comme demandé dans le manuel.

Sur la seconde figure de l'exercice, déterminer la mesure de l'angle $\widehat{EGH}$.

Exercice 23

Observer la figure du manuel.

Calculer la mesure de l'angle $\widehat{GEI}$.

S'aider de GeoGebra pour conjecturer une mesure de l'angle donné.

Exercice 24

Dans la figure du manuel, les bissectrices des angles $\widehat{BAC}$ et $\widehat{BCA}$ se coupent en I .

1. Montrer que ABC est un triangle rectangle.
2. Calculer la mesure de l'angle $\widehat{ABI}$.

Exercice 25

On considère la figure du manuel telle que :

$$x - y = 20^\circ.$$

Calculer la valeur de z .

Exercice 26

On considère la figure du manuel.

Calculer la valeur de x .

Exercice 27

ABC est un triangle tel que :

$$\widehat{BAC} = 70^\circ, \quad \widehat{BCA} = 30^\circ.$$

La bissectrice de l'angle $\widehat{ABC}$ coupe $[BC]$ en H . E est le projeté orthogonal de C sur (BH) . F est le projeté orthogonal de B sur (AC) . (CE) et (BF) se coupent en D .

1. Montrer que :

$$(DH) \perp (BC).$$

2. Calculer $\widehat{ABF}$ et $\widehat{DCF}$.
3. Calculer les mesures des angles du triangle BCD .

Exercice 28

Observer la figure du manuel où $[EI]$ est la bissectrice de l'angle $\widehat{FEG}$.

Calculer la mesure de l'angle $\widehat{IFE}$.

Exercice 29

On considère la figure du manuel.

Construire un triangle ABC sachant que (D) est une hauteur de ABC et (Δ) est une bissectrice de ABC .