

02

Addition et soustraction des nombres rationnels

Savoir additionner et soustraire deux nombres rationnels en les réduisant au même dénominateur, et connaître les propriétés de l'addition.

Feuille d'exercices

45 min

Nom : _____

Date : _____

01

Pratique — J'applique

1. Additionner ou soustraire deux fractions

Exemple 1 — Calculer les nombres rationnels suivants

$$A = \frac{3}{20} - \frac{11}{28}; \quad B = \frac{7}{6} + \frac{-4}{9}.$$

Correction

- $A = \frac{3}{20} - \frac{11}{28}$

On réduit $\frac{3}{20}$ et $\frac{11}{28}$ au même dénominateur en cherchant un multiple commun à 20 et 28. On a : $28 > 20$.

Multiples de 28 : 28 ; 56 ; 84 ; 112 ; 140 ; 168 ; ...

Multiples de 20 : 20 ; 40 ; 60 ; 80 ; 100 ; 120 ; 140 ; ...

Donc : $140 = 28 \times 5$ et $140 = 20 \times 7$.

On a :

$$\begin{aligned} A &= \frac{3}{20} - \frac{11}{28} \\ A &= \frac{3 \times 7}{20 \times 7} - \frac{11 \times 5}{28 \times 5} \\ A &= \frac{21}{140} - \frac{55}{140} \\ A &= \frac{-34}{140}; \quad \text{donc : } A = \frac{-17}{70}. \end{aligned}$$

- $B = \frac{7}{6} + \frac{-4}{9}$

On constate que 6 et 9 sont des multiples de 3 :

Donc : $6 = 3 \times 2$ et $9 = 3 \times 3$

Il en résulte que $3 \times 2 \times 3$ est un multiple commun à 6 et 9 c'est-à-dire que 18 est un dénominateur commun.

On a :

$$\begin{aligned}
 B &= \frac{7}{6} + \frac{-4}{9} \\
 B &= \frac{7 \times 3}{18} + \frac{-4 \times 2}{18} \\
 B &= \frac{21}{18} + \frac{-8}{18} \\
 B &= \frac{13}{18} ; \text{ donc : } B = \frac{13}{18}.
 \end{aligned}$$

2. Additionner plusieurs fractions

Exemple 2 — Calculer le nombre rationnel suivant

$$C = \frac{7}{15} - \frac{4}{3} + \frac{1}{5} - \frac{1}{3}.$$

Correction

On a :

$$\begin{aligned}
 C &= \frac{7}{15} + \frac{1}{5} - \frac{4}{3} - \frac{1}{3} && \text{on modifie l'ordre des termes} \\
 C &= \frac{7}{15} + \frac{3}{15} - \frac{4}{3} - \frac{1}{3} && \text{on réduit au même dénominateur} \\
 C &= \frac{10}{15} - \frac{5}{3} && \text{on réduit} \\
 C &= \frac{2}{3} - \frac{5}{3} && \text{on simplifie} \\
 \text{donc : } C &= \frac{-3}{3} = -1. && \text{on termine le calcul}
 \end{aligned}$$

3. Calcul avec des parenthèses et des crochets

Exemple 3 — Calculer, de la manière la plus simple, l'expression

$$E = -\frac{2}{3} + \left(-1 + \frac{4}{3} - \frac{5}{2}\right) - \left[-1 - \left(\frac{1}{2} + \frac{7}{3}\right)\right]$$

Correction

On a :

$$\begin{aligned}
 E &= -\frac{2}{3} + \left(-1 + \frac{4}{3} - \frac{5}{2}\right) - \left[-1 - \left(\frac{1}{2} + \frac{7}{3}\right)\right] \\
 &= -\frac{2}{3} - 1 + \frac{4}{3} - \frac{5}{2} - \left(-1 - \frac{1}{2} - \frac{7}{3}\right) \\
 &= -\frac{2}{3} - 1 + \frac{4}{3} - \frac{5}{2} + 1 + \frac{1}{2} + \frac{7}{3} \\
 &= -1 + 1 + \frac{4}{3} + \frac{7}{3} - \frac{5}{2} + \frac{1}{2} - \frac{5}{2} \\
 &= 0 + \frac{9}{3} - \frac{4}{2} \\
 &= 0 + 3 - 2
 \end{aligned}$$

Donc : $E = 1$.**Exemple 4 — Calculer**

a et b sont deux nombres rationnels tels que : $-4a + 2b = \frac{11}{6}$.

Calculer $F = -2a - (-b - 1) + (-2a + b + 2) - \left(-\frac{5}{6}\right)$.

Correction

On a :

$$\begin{aligned}
 F &= -2a - (-b - 1) + (-2a + b + 2) - \left(-\frac{5}{6}\right) \\
 F &= -2a - 2a + b + b + 1 + 2 + \frac{5}{6} \\
 F &= -4a + 2b + 3 + \frac{5}{6}
 \end{aligned}$$

Or : $-4a + 2b = \frac{11}{6}$, par suite :

$$\begin{aligned}
 F &= \frac{11}{6} + 3 + \frac{5}{6} \\
 F &= \frac{16}{6} + 3 \\
 F &= \frac{8}{3} + 3 \\
 \text{D'où : } F &= \frac{17}{3}.
 \end{aligned}$$

02**Investissement — Je m'entraîne****Addition et soustraction : même dénominateur**

Exercice 1

Calculer puis simplifier :

$$\begin{array}{ll} \text{a. } a = \frac{13}{6} + \frac{5}{6} ; & \text{b. } b = -\frac{17}{5} - \frac{3}{5} \\ \text{c. } c = \frac{-8}{3} - \frac{7}{3} ; & \text{d. } d = \frac{-10}{11} + \frac{-12}{11} \end{array} \quad \text{e. } e = \frac{38}{9} - \frac{-7}{9} ; \quad \text{f. } f = \frac{26}{21} - \frac{40}{21}$$

Exercice 2

Recopier et compléter les égalités suivantes :

$$\begin{array}{ll} \text{a. } \frac{12}{7} + \frac{\dots}{7} = \frac{22}{7} ; & \text{b. } \frac{13}{6} - \frac{\dots}{6} = \frac{5}{6} \\ \text{c. } -\frac{3}{11} - \frac{\dots}{11} = -\frac{9}{7} ; & \text{d. } \frac{5}{9} - \frac{\dots}{9} = \frac{17}{9} \end{array}$$

Exercice 3

Recopier et compléter chaque colonne en mettant une croix dans les cases qui convient.

a	$\frac{11}{4}$	$-\frac{7}{8}$	$\dots$	$\frac{2}{5}$	$-\frac{12}{25}$	$\dots$
$a + b$	$\frac{5}{4}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{5}{9}$	$\dots$	$\dots$	$\frac{9}{16}$
$a - b$	$\dots$	$\dots$	$-\frac{17}{9}$	$\dots$	$\frac{28}{25}$	$\dots$
b			$\frac{11}{9}$			$-\frac{3}{16}$

Exercice 4

Calculer puis simplifier le résultat obtenu :

$$\begin{array}{ll} \text{a. } \left(\frac{5}{9} + \frac{8}{9} \right) + \frac{2}{9} ; & \text{b. } \left(\frac{13}{21} - \frac{8}{21} \right) - \frac{11}{21} \\ \text{c. } \frac{20}{27} + \frac{8}{27} - \frac{7}{27} ; & \text{d. } -\frac{31}{55} - \frac{17}{55} + \frac{3}{55} \end{array}$$

Exercice 5

Calculer :

$$\begin{array}{ll} \text{a. } \frac{5}{8} + \frac{1}{5} + \frac{3}{8} + \frac{9}{5} ; & \text{b. } \frac{11}{4} - \frac{12}{7} - \frac{3}{4} + \frac{5}{7} \\ \text{c. } \frac{2}{11} - \frac{2}{9} + \frac{3}{11} - \frac{7}{9} + \frac{6}{11} ; & \text{d. } -\frac{5}{12} - \frac{7}{15} - \frac{11}{12} + \frac{2}{15} \end{array}$$

Addition et soustraction : dénominateurs différents**Exercice 6**

1) Recopier et compléter les égalités suivantes :

$$\begin{array}{ll} \text{a. } \frac{5}{6} = \frac{\dots}{18} ; & \text{b. } \frac{4}{3} = \frac{\dots}{21} \\ \text{c. } \frac{8}{7} = \frac{\dots}{35} ; & \text{d. } \frac{9}{8} = \frac{\dots}{64} \end{array}$$

2) Calculer :

$$\begin{array}{ll} \text{a. } \frac{5}{6} + \frac{7}{18} ; & \text{b. } \frac{8}{21} - \frac{4}{3} \\ \text{c. } -\frac{8}{7} - \frac{12}{35} ; & \text{d. } -\frac{9}{8} + \frac{25}{64} \end{array}$$

Exercice 7

- 1) Citer la liste des quatre premiers multiples de 14, puis de 21.
 2) Calculer :

a. $\frac{3}{14} + \frac{10}{21}$; b. $\frac{5}{14} - \frac{8}{21}$

c. $-\frac{9}{14} - \frac{10}{21}$; d. $-\frac{27}{14} + \frac{35}{21}$

Exercice 8

Calculer puis simplifier :

$$a = \frac{30}{12} - \frac{63}{42} ; \quad b = \frac{42}{56} + \frac{6}{24} ; \quad c = \frac{56}{72} - \frac{18}{45} ; \quad d = -\frac{63}{54} - \frac{70}{84} ; \quad f = \frac{40}{24} + \frac{15}{45} - \frac{36}{126} - \frac{56}{98}$$

Exercice 9

Calculer :

$$a = \left(-\frac{5}{8} + \frac{1}{2}\right) - \left(-\frac{3}{4} + \frac{5}{2}\right)$$

$$b = -\frac{7}{6} - \left(\frac{13}{12} - 2\right)$$

$$c = 1 - \frac{4}{3} + \frac{3}{4}$$

$$d = 2 - \left(\frac{1}{10} + \frac{3}{5}\right) - \left(\frac{5}{2} - \frac{1}{5}\right)$$

$$e = \frac{1}{4} - \left[\frac{1}{3} - \left(\frac{1}{6} - 1\right) + \left(\frac{5}{2} - 1\right)\right]$$

$$f = \frac{2}{3} - \left(1 - \frac{4}{3} + \frac{2}{5}\right) - \left[-1 + \left(\frac{5}{2} - \frac{1}{3}\right)\right]$$

Exercice 10

On donne : $a = \frac{1}{15}$, $b = -\frac{2}{5}$ et $c = \frac{4}{3}$.

- 1) Calculer : $A = a - b - c$, $B = a - (b + c)$ et $C = a + (b - c)$.
 2) Que peut-on conclure ?

Exercice 11

Calculer de la manière la plus simple :

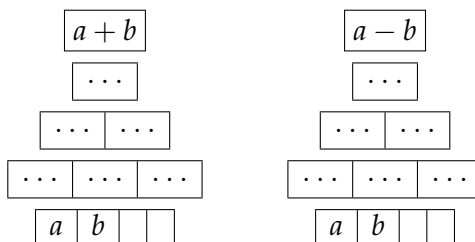
$$a = \frac{1}{6} + \frac{1}{12} ; \quad b = \frac{1}{6} + \frac{1}{12} + \frac{1}{20}$$

$$c = \frac{1}{6} + \frac{1}{12} + \frac{1}{20} + \frac{1}{30}$$

$$d = \frac{1}{6} + \frac{1}{12} + \frac{1}{20} + \frac{1}{30} + \frac{1}{42}$$

Exercice 12

Recopier et compléter en suivant les règles.



Première pyramide (les cases du bas contiennent, de gauche à droite) : 2 ; $-\frac{4}{3}$; $\frac{1}{6}$; $\frac{1}{2}$.

Deuxième pyramide (les cases du bas contiennent, de gauche à droite) : 2 ; $-\frac{4}{3}$; $\frac{1}{6}$; $\frac{1}{2}$.

Exercice 13

Réduire chaque expression :

$$E = 3x - \frac{1}{3} + \frac{5}{6}x + 1 ; \quad F = -2 + \frac{1}{2}x + \frac{7}{2}x + \frac{1}{21}x + \frac{5}{14} \quad G = -\frac{1}{2} + \frac{1}{5}x - \frac{4}{3} - \frac{3}{10}x ; \quad H = x + \frac{3}{7} - \frac{1}{3}$$

Exercice 14

Calculer x dans les cas suivants (donner le résultat sous la forme d'une fraction irréductible ou d'un nombre entier) :

$$\begin{array}{ll} 1) x + \frac{3}{4} = -\frac{1}{2} ; & 2) x - \frac{7}{6} = \frac{1}{2} \\ 3) x + \frac{5}{8} = \frac{9}{4} ; & 4) x - \frac{12}{16} = \frac{3}{4} \\ 5) \frac{5}{8} + x = -\frac{11}{6} ; & 6) \frac{12}{18} - x = \frac{1}{9} \end{array}$$

Soustraction de deux nombres rationnels**Exercice 15**

Un jardinier plante des tomates et des pommes de terre dans son jardin.

Dans son jardin, les tomates représentent $\frac{7}{12}$ de la surface et les pommes de terre occupent $\frac{5}{18}$ de la surface. Quelle fraction du jardin est occupée par les tomates et les pommes terre ?

Calculatrice**Exercice 16**

Connaissant le résultat suivant :

$$542 - 213,7 = 328,3$$

et sans utiliser la calculatrice ni faire pratiquement aucun calcul compléter :

$$328,7 + 213,7 = \dots ; \quad 542 - 328,3 = \dots$$

$$1542 - 213,7 = \dots ; \quad 742 - 213,7 = \dots$$

Expliquer les réponses.

Éventuellement, vérifier avec la calculatrice.

03**Mon bilan**

1) Indiquer la bonne réponse par A , B ou C :

Exercice B1

Le nombre $\frac{-3}{5} + \frac{13}{5}$ est égal à : ...

$$A : \frac{16}{5}, \quad B : 2, \quad C : \frac{-16}{5}.$$

Exercice B2

Le nombre $\frac{10}{9} - \frac{25}{9}$ est égal à : ...

$$A : \frac{15}{9}, \quad B : -\frac{35}{9}, \quad C : \frac{-15}{9}.$$

Exercice B3

Le nombre $\frac{5}{7} - \frac{3}{8}$ est égal à : ...

$$A : -\frac{19}{56}, \quad B : \frac{19}{56}, \quad C : 2.$$

Exercice B4

Le nombre $-\frac{3}{5} - \frac{7}{2}$ est égal à : ...

$$A : -4,1, \quad B : \frac{41}{10}, \quad C : \frac{-31}{10}.$$

Exercice B5

Le nombre $\frac{23}{7} - \frac{9}{7} + \frac{1}{7}$ est égal à : ...

$$A : -\frac{15}{7}, \quad B : \frac{15}{7}, \quad C : \frac{33}{7}.$$

Exercice B6

Le nombre $-\frac{7}{6} - \frac{1}{6} - \frac{13}{6}$ est égal à : ...

$$A : -\frac{19}{6}, \quad B : \frac{21}{6}, \quad C : -\frac{21}{6}.$$

Exercice B7

Le nombre $A = \frac{5}{4} + \frac{4}{3} - \left(\frac{3}{2} + \frac{1}{3}\right) - \frac{7}{6}$ est égal à : ...

$$A : -\frac{5}{12}, \quad B : \frac{5}{12}, \quad C : -\frac{5}{6}.$$

Exercice B8

Le nombre $B = \frac{2}{7} - \frac{4}{3} - \left(\frac{5}{3} + \frac{2}{7} - 1\right)$ est égal à : ...

$$A : \frac{41}{21}, \quad B : -\frac{21}{41}, \quad C : \frac{-42}{21}.$$

2) En cas d'erreur, voici quelques conseils :

	Savoir	Pratique
Ex : 1	Règle 1	
Ex : 2	Règle 1	
Ex : 3	Règle 1	
Ex : 4	Règle 2	
Ex : 5	Règle 2	
Ex : 6	Propriétés	
Ex : 7		Exemple 3
Ex : 8		Exemple 3

3) Exercices pour la remédiation voir R2 page : 198.

04 Approfondissement — Je recherche

Opérations sur les nombres rationnels

Exercice 17

Ahmed dispose d'argent de poche. Il dépense les $\frac{2}{3}$ pour acheter des livres et le $\frac{1}{4}$ pour l'achat d'un jeu vidéo.

Quelle fraction de cette somme représente l'ensemble des dépenses ?

Quelle fraction de cette somme représente ce qui lui reste ?

Exercice 18

Dans une classe de 15 garçons et 10 filles, les $\frac{3}{4}$ des garçons et les $\frac{3}{5}$ des filles ont obtenu la moyenne au contrôle de mathématiques.

Quelle est fraction de la classe qui n'a pas obtenu la moyenne ?

Problèmes ouverts

Exercice 19

Fatima a mangé $\frac{1}{6}$, Amina a mangé $\frac{5}{18}$ et Khadija a mangé $\frac{2}{9}$ du même gâteau.

a. Quelle est la part du gâteau mangé par Amina et Fatima ?

b. Quelle part du gâteau reste-t-il ?

Exercice 20

1) Compléter le tableau suivant :

x	2	3	4	5	6	7	8	9
8	...	...	...	...	...	...	...	...
12	...	...	...	...	...	...	...	...
18	...	...	...	...	...	...	...	...

2) Calculer :

a. $\frac{3}{8} + \frac{7}{12}$; b. $\frac{5}{12} - \frac{11}{18}$

c. $\frac{9}{8} - \frac{5}{18} + \frac{7}{12}$; d. $-\frac{13}{12} + \frac{7}{8} - \frac{17}{18}$

Exercice 21

Calculer astucieusement les sommes suivantes :

$$A = -\frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{5}$$

$$B = -\frac{2}{3} + \frac{3}{4} - \frac{4}{5} + \frac{5}{6} - \frac{2}{6} - \frac{9}{12} - \frac{2}{12} - \frac{4}{20}$$

$$C = -\frac{4}{12} + \frac{3}{15} + \frac{4}{25} + \frac{5}{10} - \frac{14}{35} - \frac{8}{24} - \frac{11}{22} - \frac{13}{78}$$

Exercice 22

a et b sont deux nombres rationnels tels que :

$$\frac{a}{48} - \frac{b}{30} = \frac{1}{6}.$$

Calculer : $a - \frac{8b}{5}$.

Exercice 23

Recopier et compléter :

$$\begin{array}{lll} \frac{3}{8} + \dots = -\frac{5}{8}; & -\frac{11}{13} + \dots = \frac{9}{13} & -\frac{4}{9} + \dots = -\frac{4}{3}; \quad \dots + \frac{12}{18} = \frac{7}{3} \\ -\frac{4}{7} - \dots = \frac{3}{7}; & \frac{5}{6} - \dots = -\frac{2}{3} & \end{array}$$

Exercice 24

Calculer x sachant que : $\frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{x} - \frac{1}{12} = \frac{1}{3}$.

Exercice 25

a , b et x sont des nombres rationnels.

Simplifier :

$$A = \left(\frac{1}{6}a + 3\right) + \left(-\frac{5}{6}a - \frac{1}{3}\right)$$

$$B = \left(-3a + \frac{1}{4}\right) - \left(\frac{a}{4} - 1\right) + \left(-a + \frac{1}{3}\right)$$

$$C = \frac{x}{3} - \left[\frac{5x}{6} - (x + 2)\right]$$

$$D = \left(\frac{x}{2} - \frac{x}{3}\right) - \left[\left(3 + \frac{3x}{2}\right) - \left(\frac{x}{3} - 1\right) + \frac{7x}{2}\right]$$

Exercice 26

x et y sont deux nombres rationnels tels que :

$$x + y \neq 0 \quad \text{et} \quad xy \neq 0 \quad \text{et} \quad x + 2y \neq 0.$$

Simplifier E et F :

$$E = \frac{x}{x+y} + \frac{x+y}{y} + \frac{x}{y} - \frac{y}{x} + \frac{y}{x+y} - \frac{x+y}{y}$$

$$F = \frac{x+y}{x+2y} + \frac{x+2y}{x+y} + \frac{x+y}{y} - \frac{y}{x+y} + \frac{y}{x+2y} - \frac{x+2y}{y}$$

Exercice 27

1) a et b sont deux nombres rationnels.

Vérifier que : $(a+b) + (a-b) = 2a$

et $(a+b) - (a-b) = 2b$

2) a et b sont deux nombres rationnels tels que :

$$a+b = -\frac{5}{6} \quad \text{et} \quad a-b = \frac{7}{4}.$$

Déterminer a et b .

05

Avec TICE

Exercice 28

Déterminer le nombre rationnel x dans chacun des cas suivants :

1) $\frac{1}{5} + \frac{1}{10} + \frac{1}{x} = \frac{11}{30}$

2) $\frac{1}{6} + \frac{1}{9} + \frac{1}{12} + \frac{1}{18} - \frac{1}{x} = \frac{29}{60}$

S'aider d'une calculatrice scientifique pour vérifier la valeur demandé en utilisant les touches :

Exercice 29

x est un nombre entier non nul.

Ecrire les nombre suivants sous forme de fractions :

$$A = \frac{1}{x} - \frac{1}{5x} - \frac{16}{20x} + \frac{1}{20x} ; \quad B = \frac{2}{x} - \frac{1}{2x} + \frac{5}{4x}$$

Exercice 30

1) Soit n un entier positif non nul.

Montrer que : $\frac{1}{n} + \frac{1}{2n} + \frac{1}{3n} + \frac{1}{6n} = \frac{2}{n}$

2) Ecrire le nombre $\frac{2}{11}$ sous forme de somme de quatre fractions du type $\frac{1}{n}$ où n est un entier naturel.

Exercice 31

Soit x un nombre entier naturel non nul.

Montrer que :

$$1) \frac{2}{(x+1)(x+2)} - \left(\frac{1}{x+1} - \frac{1}{x+2} \right) = \frac{1}{(x+1)(x+2)}$$

$$2) \frac{1}{x} + \frac{1}{12x} = \frac{1}{2x} + \frac{1}{3x} + \frac{1}{4x}$$

06

Challenges

Exercice 32

Recopier et placer les parenthèses nécessaires pour que les égalités soient vraies :

$$\frac{2}{9} - \frac{7}{9} - \frac{1}{9} - \frac{4}{9} = -\frac{2}{9}; \quad \frac{2}{9} - \frac{7}{9} - \frac{1}{9} - \frac{4}{9} = -\frac{8}{9}; \quad \frac{2}{9} - \frac{7}{9} - \frac{1}{9} - \frac{4}{9} = 0.$$

Exercice 33

Soit x un entier positif non nul.

- 1) Montrer que : $\frac{1}{x} - \frac{1}{x+1} = \frac{1}{x(x+1)}$
- 2) En déduire le résultat de S :

$$S = \frac{1}{1 \times 2} + \frac{1}{2 \times 3} + \cdots + \frac{1}{998 \times 999} + \frac{1}{999 \times 1000}$$

Exercice 34

a , b et c sont des nombres rationnels distincts deux à deux. Simplifier l'écriture de E :

$$E = \frac{a}{(b-a)(c-a)} + \frac{b}{(c-b)(a-b)} + \frac{c}{(a-c)(b-c)}$$

Exercice 35

a et b sont deux nombres rationnels tels que :

$$a = \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \cdots + \frac{1}{2017} + \frac{1}{2018}$$

$$b = \frac{3}{2} + \frac{4}{3} + \frac{5}{4} + \cdots + \frac{2018}{2017} + \frac{2019}{2018}$$

Montrer que : $b - a = 2017$.

07

Situations proposées au TIMSS

Yassine a cueilli une quantité de myrtilles. Il a mangé $\frac{1}{3}$ des myrtilles cueillies et il a donné $\frac{1}{4}$ des myrtilles à Laila et $\frac{1}{4}$ des myrtilles à Amine.

Quelle est la fraction qui représente la quantité qui reste à Yassine?