

03

Symétrie axiale

Reconnaître le symétrique d'un point, d'une droite, d'un segment, d'une demi-droite, d'un angle et d'un cercle par rapport à une droite, et connaître les axes de symétrie des figures usuelles.

Feuille d'exercices

45 min

Nom : _____

Date : _____

01

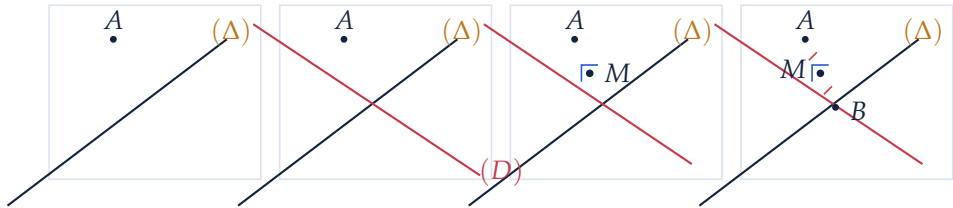
Pratique — J'applique

Construction du symétrique d'un point

Exemple 1

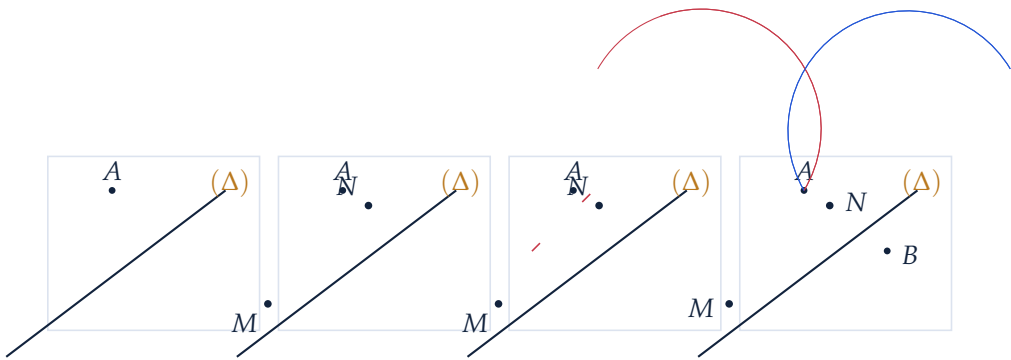
(Δ) est une droite et A un point n'appartenant pas à (Δ) .
Construire B le symétrique du point A par rapport à (Δ) .

1^{re} Méthode : (En utilisant une équerre, règle graduée ou compas)



	Je trace (D) la perpendiculaire à (Δ) passant par A avec une équerre.	Je place le point M d'intersection de (D) et (Δ) .
		Avec une règle graduée ou un compas, je place le point B tel que M soit le milieu de $[AB]$.

2^e Méthode : (En utilisant le compas seulement)



Correction

Je marque deux points M et N sur la droite (Δ) .

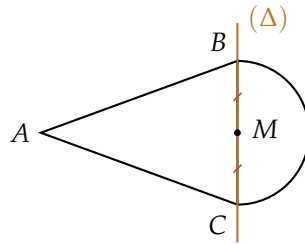
Je trace un arc d'un cercle de centre M et de rayon MA .

Je trace un arc d'un cercle de centre N et de rayon NA .

Donc, B le symétrique de A par rapport à (Δ) est l'intersection de ces deux arcs.

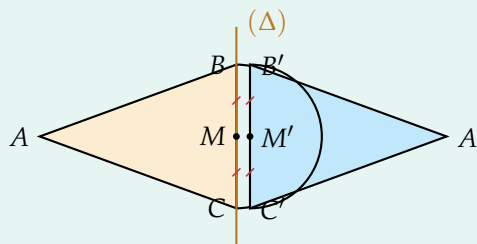
Construction du symétrique d'une figure**Exemple 2**

Construire la figure symétrique par rapport à la droite (Δ) de la figure ci-contre.

**Correction**

1/ On trace le symétrique du triangle ABC en traçant A' , B' et C' les symétriques respectifs des sommets A , B et C par rapport à (Δ) .

2/ On trace le symétrique du demi-cercle de diamètre $[BC]$ en traçant le demi-cercle de diamètre $[B'C']$.

**Appliquer les propriétés d'une symétrie axiale pour démontrer****Exemple 3**

$ABCD$ est un quadrilatère tel que : $AB = AD$ et $CB = CD$.

Montrer que : $\widehat{ABC} = \widehat{ADC}$.

Correction

On a : $AB = AD$

Donc A est un point de la médiatrice du segment $[BD]$.

Et : $CB = CD$.

Donc C est un point de la médiatrice de $[BD]$.

Il en résulte que (AC) est la médiatrice de $[BD]$.

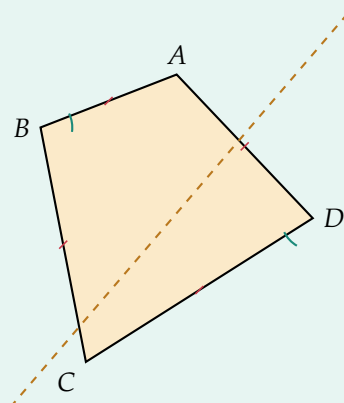
Par rapport à la droite (AC) ,

On a : A est le symétrique de A .

Et B est le symétrique de D .

Et C est le symétrique de C .

D'où : l'angle $\widehat{ABC}$ est le symétrique de l'angle $\widehat{ADC}$ par rapport à la droite (AC) .
 Et comme la symétrie axiale conserve les mesures des angles.
 Donc : $\widehat{ABC} = \widehat{ADC}$.



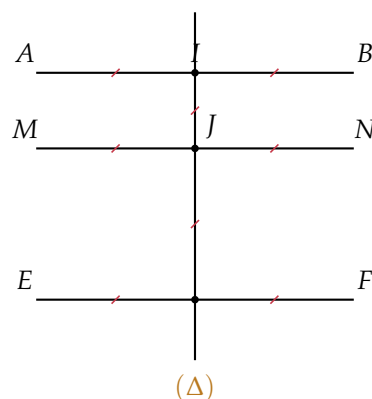
02

Investissement — Je m'entraîne

Pour réviser ton cours

Exercice 1

On considère la figure suivante :

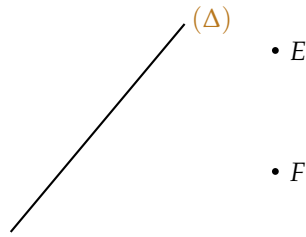


Compléter les phrases :

- 1) B est le symétrique de $\dots$ par rapport à (Δ) .
- 2) $\dots$ est le symétrique de I par rapport à (MN) .
- 3) $[AE]$ est le symétrique de $\dots$ par rapport à (Δ) .
- 4) La droite (AM) est $\dots$ de (BN) par rapport à $(\dots)$.
- 5) $\dots$ est le symétrique de l'angle $\widehat{MIN}$ par rapport à (MN) .
- 6) AME est le symétrique du triangle $\dots$ par rapport à (Δ) .

Exercice 2

Construire les points G et H respectivement les symétriques de E et F par rapport à la droite (Δ) .



Construction et symétrie

Exercice 3

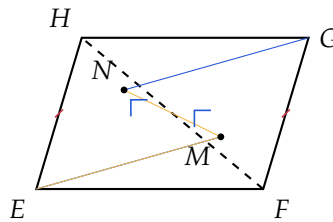
ABD est un triangle équilatéral tel que : $AB = 4,5$ cm

- 1) Construire C le symétrique de A par rapport à (BD) .
- 2) Calculer le périmètre de $ABCD$.

Exercice 4

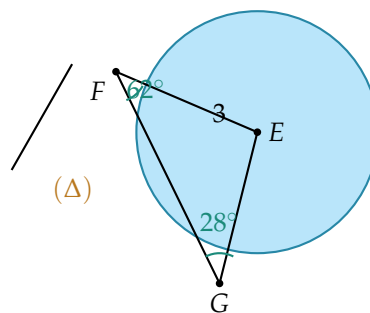
$EFGH$ est un parallélogramme.

- 1) Construire le point M symétrique de E par rapport à la droite (FH) .
- 2) Construire le point N symétrique de G par rapport à la droite (FH) .
- 3) Montrer que $ENG M$ est un rectangle.



Exercice 5

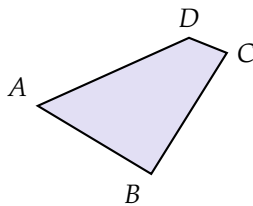
- 1) Recopier la figure ci-dessous.



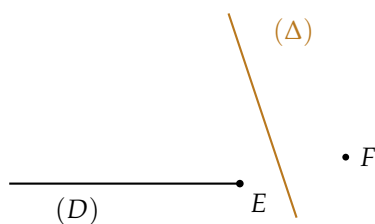
- 2) Construire les points A , B et C symétriques respectifs des points E , F et G par rapport à la droite (Δ) .
- 3) Calculer AB .
- 4) Montrer que ABC est un triangle rectangle.
- 5) Construire le symétrique du cercle (C) de centre E ; passant par le point F par rapport à la droite (Δ) .

Exercice 6

$ABCD$ est un quadrilatère tel que C est le symétrique de A par rapport à une droite (Δ) à déterminer. Construire le symétrique de $ABCD$ par rapport à la droite (Δ) .

**Exercice 7**

Sur la figure suivante, F est le symétrique de E par rapport à une droite (Δ) . Avec une règle non graduée, construire la droite (D') symétrique de (D) par rapport à (Δ) .

**La symétrie pour démontrer****Exercice 8**

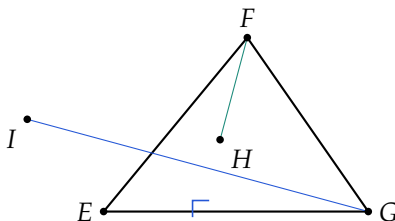
$ABCD$ est un carré de côté 5 cm.

- 1) Construire E et F les symétriques respectifs de A et D par rapport à la droite (BC) .
- 2) Calculer l'aire du quadrilatère $AEFD$.

Exercice 9

EFG est un triangle. La bissectrice de l'angle $\widehat{EFG}$ coupe $[EG]$ en H . La perpendiculaire à la droite (FH) passant par G coupe (EF) en I .

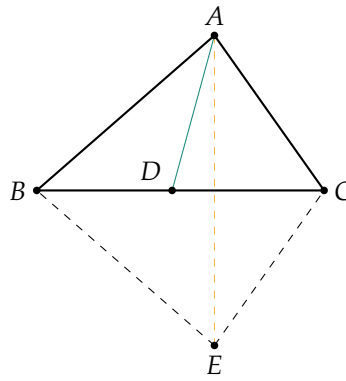
Montrer que : $\widehat{HIG} = \widehat{IGH}$.

**Exercice 10**

ABC est un triangle.

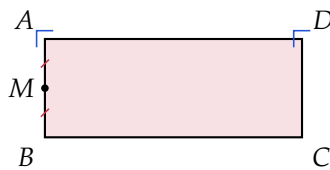
La bissectrice de l'angle $\widehat{BAC}$ coupe $[BC]$ en D .

- 1) Construire E le symétrique de A par rapport à la droite (BC) .
- 2) Montrer que $[ED]$ est la bissectrice de l'angle $\widehat{BEC}$.



Exercice 11

$ABCD$ est un rectangle et M est le milieu de $[AB]$.

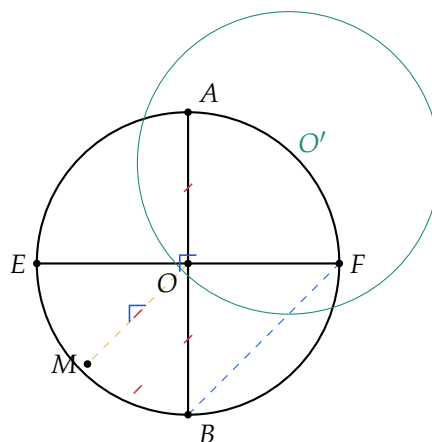


- 1) Construire le point N symétrique de M par rapport à la droite (CD) .
- 2) Montrer que $CNDM$ est un losange.

Exercice 12

(C) est un cercle de centre O et de rayon 4 cm et $[EF]$ un diamètre de (C) . La perpendiculaire à (EF) passant par O coupe (C) en A et B .

- 1) Faire une figure.
- 2) Montrer que B est le symétrique de A par rapport à (EF) .
- 3) a. Construire M le symétrique de O par rapport à la droite (BF) .
b. Calculer BM .
- 4) Déterminer et construire (C') symétrique de (C) par rapport à la droite (BF) .

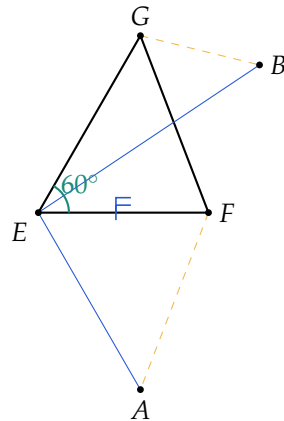


Exercice 13

EFG est un triangle tel que :

$$\widehat{FEG} = 60^\circ ; \quad EF = 5 \text{ cm} \quad \text{et} \quad EG = 6 \text{ cm}.$$

- 1) a. Construire A le symétrique de F par rapport à la droite (EG) .
 b. Construire B le symétrique de G par rapport à la droite (EF) .
 2) Démontrer que les points A , B et E sont alignés.

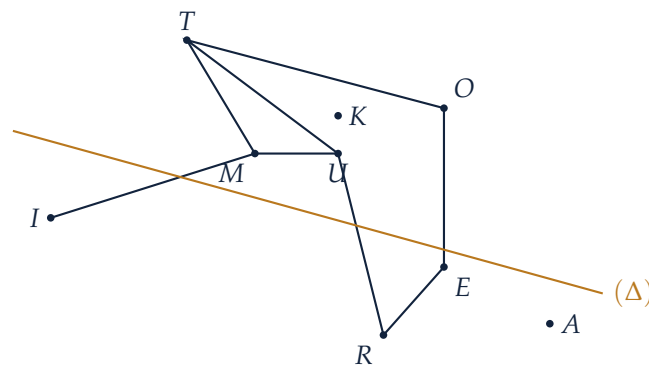


03

Mon bilan

1) Indiquer la bonne réponse par A , B ou C :

Pour les exercices ① à ⑦ on utilise la figure ci-contre :



Exercice B1

Le symétrique du point O par rapport à la droite (Δ) est ...

A : A B : E C : O

Exercice B2

Le point K est : ...

A : le symétrique de O par rapport à la droite (Δ) B : le milieu de $[OA]$ C : le milieu de $[OE]$

Exercice B3

Le symétrique du point I par rapport à la droite (Δ) est : ...

A : I B : K C : T

Exercice B4

Le symétrique du $[RE]$ par rapport à la droite (Δ) est : ...

A : $[OM]$ B : $[OT]$ C : $[OT]$

Exercice B5

Le symétrique du (OM) par rapport à la droite (Δ) est : ...

A : $[UE]$ B : (UE) C : (UR)

Exercice B6

L'angle $\widehat{TOM}$ égale ...

A : $\widehat{UER}$ B : $\widehat{RUE}$ C : $\widehat{REU}$

Exercice B7

Le symétrique du cercle de centre O et de rayon TR par rapport à la droite (Δ) est le cercle de rayon ...

A : TR B : UR C : OT

Correction page : 197

2) En cas d'erreur, voici quelques conseils :

	Savoir	Pratique
Ex : 1	Définition	
Ex : 2	Définition	
Ex : 3	Définition	
Ex : 4	Propriété 3	
Ex : 5	Propriété 1	
Ex : 6	Propriété 5	
Ex : 7	Propriété 6	Exemple 3

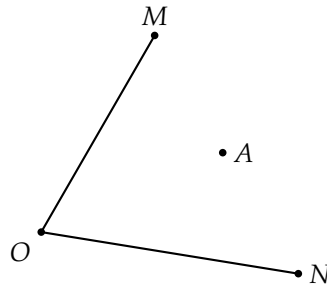
3) Exercices pour la remédiation voir R3 page : 198

04 Approfondissement — Je recherche

Symétrique d'un angle

Exercice 14

$\widehat{MON}$ est un angle aigu.
soit A un point de l'angle $\widehat{MON}$.



- 1) a. Construire le point E
 b. Construire le point F symétrique de A par rapport à (OM) .
 c. Montrer que : $OE = OF$.
- 2) Montrer que (OM) est la bissectrice de l'angle $\widehat{EOA}$.
- 3) La droite (EF) coupe la droite (OA) en P .
 a. Construire B le symétrique de P par rapport à (ON) .
 b. Montrer que : $(BP) \parallel (AF)$.

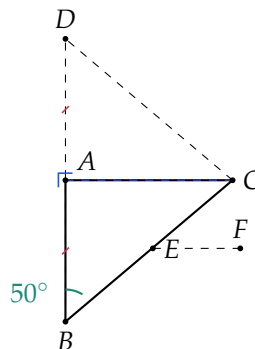
Exercice 15

ABC est un triangle rectangle en A tel que :

$AB = 5 \text{ cm}$ et $\widehat{ABC} = 50^\circ$.

Soit D le symétrique de B par rapport à A .

- 1) Faire une figure.
- 2) a. Montrer que D est le symétrique de B par rapport à (AC) .
 b. En déduire la mesure de l'angle $\widehat{CDB}$.
- 3) Soit E un point de $[BC]$ ($E \neq B$ et $E \neq C$).
 a. Construire F le symétrique de E par rapport à la droite (AC) .
 b. Montrer que : $BE = DF$.

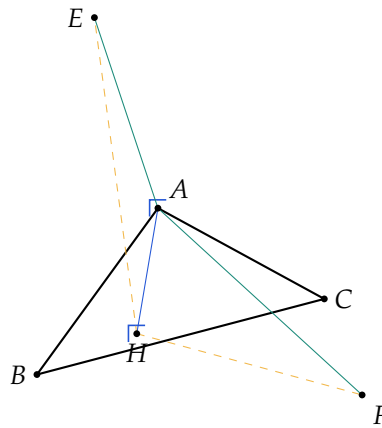


Exercice 16

ABC est un triangle rectangle en A .

Soit $[AH]$ la hauteur relative au côté $[BC]$.

- 1) Construire E le symétrique de H par rapport à la droite (AC)
- 2) Construire F le symétrique de H par rapport à la droite (AB) .
- 3) Montrer que : $\widehat{BAF} = \widehat{HAB}$ et $\widehat{EAC} = \widehat{CAH}$
- 4) a. Montrer que la droite (AF) passe par le point E .
 b. En déduire que A est le milieu de $[EF]$.



Propriétés de la symétrie

Exercice 17

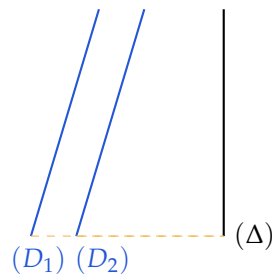
(D_1) et (D_2) sont deux droites parallèles.

1) Construire (D'_1) et (D'_2) respectivement les symétriques des droites (D_1) et (D_2) par rapport à la droite (Δ) .

2) Montrer que : $(D'_1) \parallel (D'_2)$.

3) Compléter la phrase :

La symétrie axiale conserve ...



Exercice 18

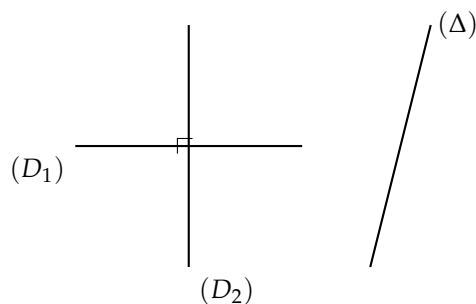
(Δ) est une droite.

(D_1) et (D_2) sont deux droites perpendiculaires.

1) Construire (D'_1) et (D'_2) respectivement les symétriques des droites (D_1) et (D_2) par rapport à la droite (Δ) .

2) Montrer que : $(D'_1) \perp (D'_2)$.

3) Compléter la phrase: La symétrie axiale conserve ...



Exercice 19

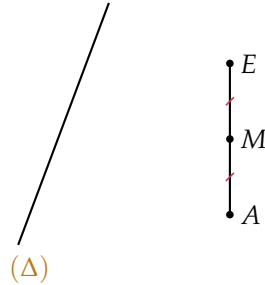
(Δ) est une droite.

Soit M le milieu de $[AE]$.

1) Construire les points B , N et F respectivement les symétriques de A , M et E par rapport à (Δ) .

2) a. Montrer que les points B , N et F sont alignés.

b. Montrer que : $NE = NF$.



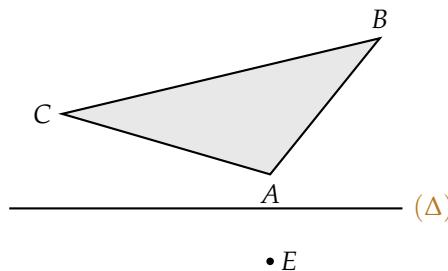
05

Problèmes ouverts

Exercice 20

A et E sont symétriques par rapport à (Δ) .

Avec une règle non graduée, construire le symétrique du triangle ABC .



Exercice 21

Soit EFG un triangle.

Soit (C) un cercle de centre E .

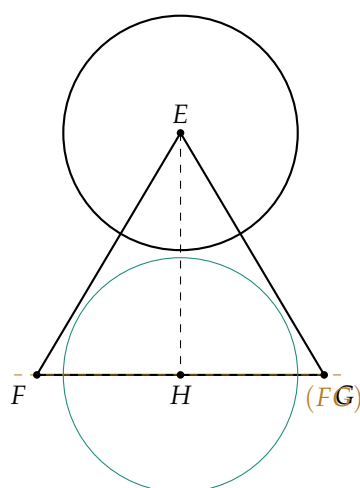
Soit EFG un triangle.

Soit (C) un cercle de centre E .

1) Déterminer et construire (C') le symétrique de (C) par rapport à la droite (FG) . Soit H le centre de (C')

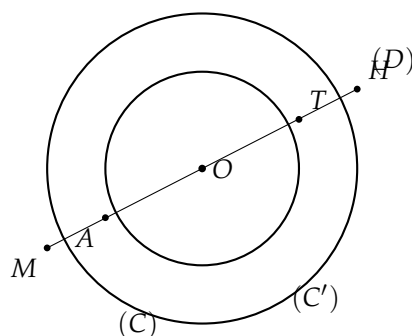
2) Les cercles (C) et (C') coupent le segment $[EH]$ respectivement en A et B .

Montrer que : $GB = GA$.



Exercice 22

(C) et (C') sont deux cercles de même centre O.
 Une droite (D) coupe (C') en M et H, et (C) en A et T.
 Montrer que : $MA = TH$.



06

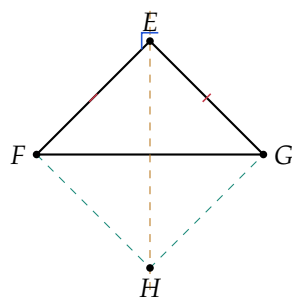
Challenges

Avec TICE

Exercice 23

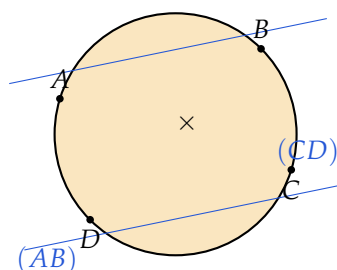
EFG est un triangle isocèle et rectangle en E tel que : $EF = 4$ cm.

- 1) Construire H le symétrique de E par rapport à (FG) .
- 2) a. Déterminer le symétrique de $[EF]$ par rapport à (FG) .
 b. Calculer FH .
- 3) a. Déterminer le symétrique de l'angle $\widehat{EGF}$ par rapport à (FG) .
 b. Montrer que : $\widehat{FGH} = 45^\circ$.
- 4) a. Conjecturer la nature du quadrilatère $EFHG$ en utilisant l'outil GeoGebra.
 b. Montrer que $EFHG$ est un carré.



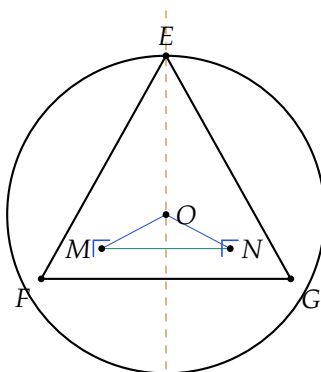
Exercice 24

Sur la figure ci-contre :
 $(AB) \parallel (CD)$. Montrer que :
 $AD = BC$ et $AC = BD$.



Exercice 25

EFG est un triangle isocèle en E et (C) son cercle circonscrit de centre O . M et N sont respectivement les projetés orthogonaux de O sur (EF) et (EG) .
 Montrer que (OE) est la médiatrice de $[MN]$.



07

Situations proposées au TIMSS

Dans chaque carré (à coin rond), les deux figures sont-elles symétriques par rapport à la ligne pointillée ? Répondre par oui ou non à chaque cas.

