

3 APIC ■ Semestre 2 ■ Activités graphiques et statistiques

13

Fonctions linéaires

Reconnaître une fonction linéaire, déterminer son coefficient et construire sa représentation graphique qui est une droite passant par l'origine du repère.

Feuille d'exercices

60 min

Nom : _____

Date : _____

01

Pratique — J'applique

1. Résoudre un problème en utilisant des fonctions linéaires

Exemple 1 — Un prix x augmente de 6 %

- 1) Quel est le nouveau prix ?
- 2) Par quelle fonction f est donné le nouveau prix ?
- 3) En déduire les nouveaux prix correspondant à 30 dirhams, 215 dirhams et 402 dirhams.

1) Un article coûte x dirhams.

Après une augmentation de 6 %, son prix devient :

$$x + 6\%x = x + \frac{6}{100}x = \left(1 + \frac{6}{100}\right)x = 1,06x.$$

Donc : $1,06x$ est le nouveau prix.

2) Le nouveau prix est donné par la fonction linéaire f de coefficient 1,06.

$f : x \mapsto 1,06x$ c'est-à-dire : $f(x) = 1,06x$.

3) On sait que : $f(x) = 1,06x$

Donc :

$$f(30) = 1,06 \times 30 = 31,8$$

$$f(215) = 1,06 \times 215 = 227,9$$

$$f(402) = 1,06 \times 402 = 426,12$$

Ancien prix : x	30	215	402
Nouveau prix : $1,06x$	31,80	227,90	426,12

2. Déterminer l'expression algébrique d'une fonction linéaire

Exemple 2 — Déterminer la fonction linéaire g pour laquelle l'image de -4 est 24

Déterminer la fonction linéaire g pour laquelle l'image de -4 est 24.

On sait que g est une fonction linéaire.

Donc : $g(x) = ax$

$$a = \frac{g(x)}{x} \quad \text{c'est-à-dire} \quad a = \frac{\text{image du nombre}}{\text{le nombre}}$$

Comme : $g(-4) = 24$, alors : $a = \frac{g(-4)}{-4} = \frac{24}{-4} = -6$.

Par conséquent $g(x) = -6x$.

3. Représenter graphiquement une fonction linéaire

Exemple 3 — Tracer la courbe de la fonction h définie par $h(x) = 3x$

$(O; I; J)$ est un repère orthonormé.

On considère la fonction linéaire h définie par : $h(x) = 3x$.

1) Tracer (D) la courbe de la fonction h .

2) Les points $A(-200; -600)$ et $B\left(-\frac{7}{3}; 7\right)$ appartiennent-ils à (D) ?

3) Calculer le nombre m sachant que le point $M\left(m-3; \frac{m}{3}\right)$ appartient à (D) .

1) *Traçons la droite (D) .*

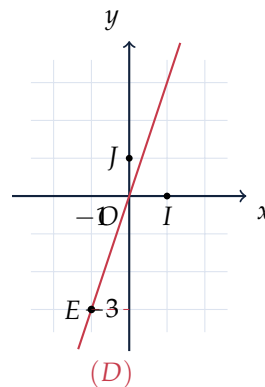
On sait que la courbe d'une fonction linéaire est une droite passant par l'origine du repère.

Pour tracer cette droite (D) , il faut un deuxième point.

Par exemple, si $x = -1$, alors : $h(-1) = 3 \times (-1) = -3$

Donc le point $E(-1; -3)$ appartient à (D) .

Par conséquent : $(D) = (OE)$.



2) *Les points A et B appartiennent-ils à (D) ?*

■ On a : $h(x) = 3x$

Donc : $h(-200) = 3 \times (-200) = -600$

puisque : $A(-200; -600)$, alors A appartient à la droite (D) .

■ On a : $h\left(-\frac{7}{3}\right) = 3 \times \left(-\frac{7}{3}\right) = -7$

Or : $B\left(-\frac{7}{3}; 7\right)$ et $h\left(-\frac{7}{3}\right) \neq 7$, alors B n'appartient pas à la droite (D) .

3) *Calculons m .*

$M\left(m-3; \frac{m}{3}\right)$ appartient à la droite (D) signifie que : $h(m-3) = \frac{m}{3}$

Puisque : $h(x) = 3x$, alors $3(m-3) = \frac{m}{3}$

c'est-à-dire : $3m - 9 = \frac{m}{3}$

$$3m - \frac{m}{3} = 9$$

$$\frac{8}{3}m = 9$$

D'où : $m = \frac{27}{8}$.

02

Investissement — Je m'entraîne

Pour réviser ton cours

Exercice 1

Recopier et compléter les phrases suivantes :

La fonction $f : x \mapsto -7x$ est une fonction
de coefficient

On la note $= -7x$.

Sa représentation graphique est une
passant par du repère.

Exercice 2

Écrire sous la forme d'une égalité chacune des phrases suivantes :

- L'image de -8 par f est 4 : =
- L'image par f de $\sqrt{2}$ est $-\sqrt{6}$: =
- 57 est l'image de 19 par f : =
- -21 est l'antécédent de 9 par f : =

Exercice 3

Soit g la fonction linéaire définie par : $g(x) = -8x$.

1) Quelle est l'image de -8 par g ?

2) Quelle est l'image de $\frac{\sqrt{2}}{2}$ par g ?

3) Calculer $g\left(\frac{\sqrt{3}}{8} + 2\right)$.

4) Quel nombre a pour image -8 par g ?

5) Quel est l'antécédent de $-\frac{11}{6}$ par g ?

6) Trouver le nombre a tel que : $g(a) = -\frac{9}{7}$.

Exercice 4

Soit g la fonction linéaire de coefficient $-2,5$.

Calculer $g\left(\frac{2}{5}\right)$, $g(-1)$, $g(\sqrt{7})$ et $g\left(\frac{\sqrt{3}}{3}\right)$.

Exercice 5

Calculer les images des nombres : -7 ; 2 ; $\frac{1}{3}$ et $\sqrt{2}$

par les fonctions linéaires f , g et h définies par :

$f(x) = -x$; $g(x) = \sqrt{2}x$ et $h(x) = \frac{1}{7}x$.

Exercice 6

Recopier et compléter le tableau suivant où g désigne une fonction linéaire.

x	-9	9			18
$g(x)$	-6		-15	12	

Déterminer une fonction linéaire**Exercice 7**

Déterminer les fonctions linéaires f , g et h tels que :

a. $f(9) = -18$; **b.** $g(-5) = 3$; **c.** $h(-2) = -6$

Exercice 8

Déterminer la fonction linéaire f dans chacun des cas suivants :

- 1) L'image de 2 par f est -11
- 2) $f(-6) = -5$
- 3) La représentation graphique de f passe par le point $E(-3; -2)$.

Exercice 9

Parmi les fonctions suivantes, indiquer celles qui sont linéaires ?

1) $f(x) = \frac{x}{4}$

3) $g(x) = 3\sqrt{x}$

5) $h(x) = 2x(x - 4) - 2x^2$

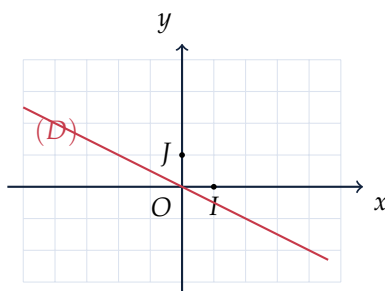
2) $k(x) = \frac{x}{4}$

4) $m(x) = 4x - 3$

6) $n(x) = 6x - 9x$

Exercice 10

La fonction linéaire f est représentée ci-dessous par la droite (D) .



- 1) Lire sur le graphique l'image de 3,5 et $-3,5$
- 2) Déterminer sur le graphique le nombre dont l'image est $-\frac{1}{2}$.
- 3) Définir la fonction linéaire f .

Exercice 11

Parmi les fonctions suivantes, quelles sont celles qui sont linéaires ?

1) $f_1(x) = 3(-x + 2) - 2(2x + 3)$

2) $f_2(x) = (4x - 3)(x + 3) - (2x - 3)^2$

3) $f_3(x) = 5(x - 6)$

4) $f_4(x) = 2\sqrt{x}$

Exercice 12

f est une fonction linéaire telle que : $f(x) = -\frac{5}{6}x$

- 1) Calculer $f(-3)$ et $f\left(\frac{2}{15}\right)$.
- 2) Déterminer l'antécédent de $\frac{6}{5}$ par f .
- 3) Soit (D) la représentation graphique de f .
 - a. Montrer que (D) passe par le point $M(-6;5)$.
 - b. Construire (D) dans un repère orthonormé.

Exercice 13

On considère la fonction linéaire g dont la représentation graphique passe par le point $M(1; -4)$.

- 1) Montrer que : $g(x) = -4x$
- 2) a. Montrer que : $g(5 - \sqrt{2}) = g(5) - g(\sqrt{2})$
b. Montrer que : $g\left(\frac{2}{3}\sqrt{3}\right) = \frac{2}{3}g(\sqrt{3})$

Exercice 14

Existe-t-il une fonction linéaire h telle que :

$$h(-4) = 2 \quad \text{et} \quad h(3) = -9?$$

Exercice 15

Déterminer la fonction linéaire f telle que :

$$f(4) = f(-6) + 5.$$

Exercice 16

Au moment des soldes, on peut lire sur la vitrine d'un magasin :

« 30 % de remise sur tous les articles »

Montrer que le prix après réduction est une fonction linéaire du prix initial.

Exercice 17

Dans une station service, le prix du carburant vient d'augmenter de 4 %.

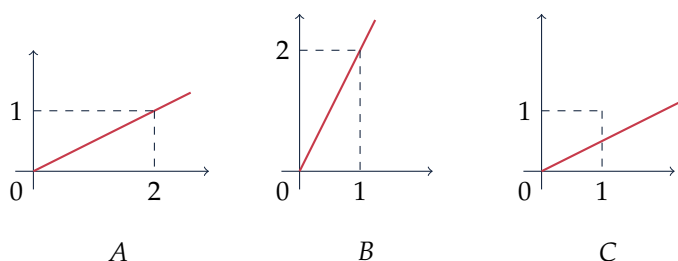
Montrer que le nouveau prix est une fonction linéaire du prix initial.

Mon bilan**Exercice 1**

- 1) Indiquer la bonne réponse par A , B ou C :

	A	B	C
1) Par la fonction linéaire de coefficient 5, à chaque nombre on associe ...	son produit par 5	sa somme avec 5	son quotient par 5
2) f est la fonction linéaire qui à x associe $-\frac{3}{7}x$. Alors $f(2) = \dots$	$-\frac{32}{7}$	$-0,857$	$-\frac{6}{7}$
3) Le prix P d'un objet subit une augmentation est ...	$1,1P$	$110P$	$0,9P$
4) Par une fonction linéaire g , l'image de 2 est -3 . Le coefficient de g est ...	$-\frac{2}{3}$	$-\frac{3}{2}$	-6

5) La fonction linéaire qui à x associe $2x$ est représentée sur la figure ...



2) En cas d'erreur, voici quelques conseils :

	Savoir	Pratique
Ex : 1	Définition	
Ex : 2	Exemple 1	
Ex : 3		Exemple 1
Ex : 4		Exemple 2
Ex : 5	Exemple 3	

3) Exercices pour la remédiation voir *R12 page : 249*

Corrections page : 247

03

Approfondissement — Je recherche

Représentation graphique

Exercice 18

Tracer la représentation graphique de chacune des fonctions linéaires suivantes dans un repère orthonormé $(O; I; J)$:

1) $f_1(x) = -2x$

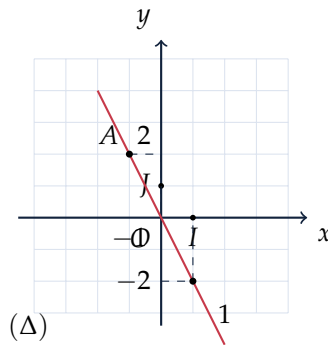
2) $f_2(x) = x$

3) $f_3(x) = \frac{1}{4}x$

4) $f_4(x) = -x$

Exercice 19

La fonction linéaire g est représentée ci-dessous par la droite (Δ) .



- 1) Lire sur le graphique l'image de 1 et $-\frac{1}{2}$.
- 2) Lire sur le graphique le nombre dont l'image est 1.
- 3) Définir la fonction g .

Exercice 20

Dans un repère, on donne les points :

$$E(-35; 280) \quad \text{et} \quad F(43; -344).$$

La droite (EF) passe-t-elle par l'origine du repère ? Justifier la réponse.

Exercice 21

Dans un repère, on donne les points :

$$E(42; -77) \quad \text{et} \quad H(-17; 33).$$

Les points E et H appartiennent-ils à la courbe (C_f) de la fonction $f : x \mapsto -\frac{11}{6}x$?

Exercice 22

$(O; I; J)$ est un repère orthonormé.

On considère les fonctions f et g définies par :

$$f(x) = \frac{2}{3}x \quad \text{et} \quad g(x) = \frac{3}{4}x.$$

- 1) a. Calculer $f(-2)$; $f(-1)$ et $f(-3)$
 b. Calculer $g(8)$; $g\left(\frac{7}{2}\right)$ et $g(4)$.
- 2) Tracer dans le même repère, les courbes des fonctions f et g .

Exercice 23

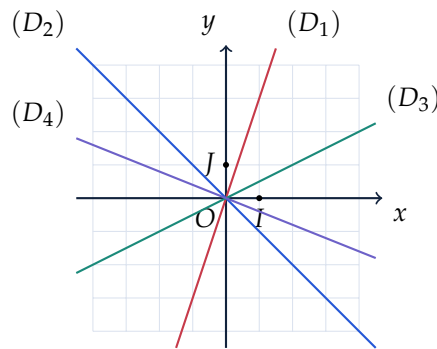
- 1) Calculer $f(-3)$ et $f\left(\frac{2}{15}\right)$.
- 2) Déterminer l'antécédent de $\frac{6}{5}$ par f .
- 3) Soit (D) la représentation graphique de f .

- a. Montrer que (D) passe par le point $M(-6;5)$.
- b. Construire (D) dans un repère orthonormé.

Exercice 24

On a représenté dans un même repère orthonormé $(O; I; J)$, les fonctions linéaires f , g , h et k définies par :

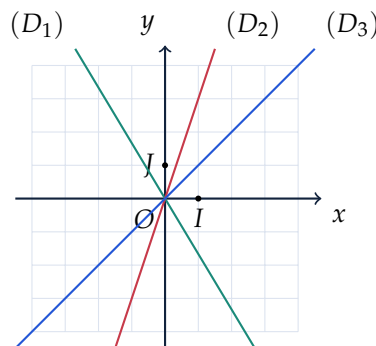
$$f(x) = \frac{1}{2}x \quad ; \quad g(x) = 3x \quad ; \quad h(x) = -\frac{2}{5}x \quad ; \quad k(x) = -x.$$



Indiquer pour chaque fonction la droite qui la représente.

Exercice 25

Déterminer l'expression algébrique des fonctions f , g et h dont les droites (D_1) , (D_2) et (D_3) sont leurs représentations respectives.



04

Problèmes ouverts

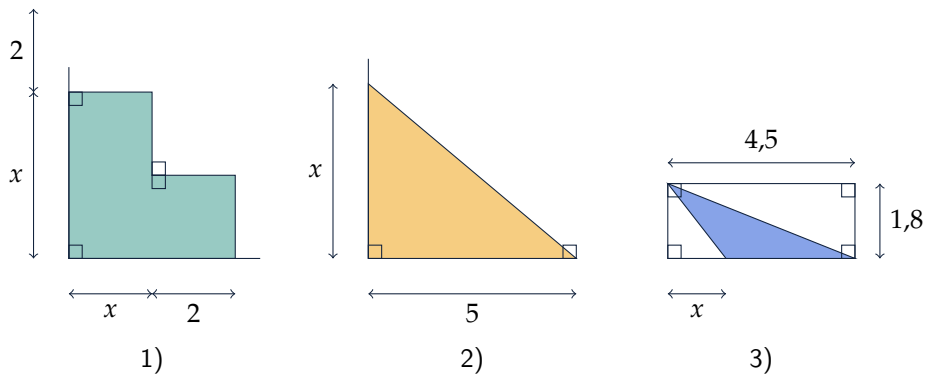
Exercice 27

Une employée a gagné 1260 DH pour 18 heures de travail.

- 1) Calculer son salaire horaire.
- 2) Déterminer la relation qui lie son salaire $f(x)$ et le nombre d'heures de travail x .
- 3) Tracer la courbe de la fonction linéaire obtenue pour $0 \leq x \leq 24$. (1 cm pour 2 h et 1 cm pour 100 DH)
- 4) a. Déterminer graphiquement :
 - le salaire correspondant à 10 heures de travail.
 - le nombre d'heures de travail correspondant à un salaire de 1050 DH.
- b. Vérifier ces résultats par le calcul.

Exercice 28

Dans chacun des cas suivants, exprimer l'aire $A(x)$ de la surface coloriée en fonction de x . Préciser si $A(x)$ est une fonction linéaire.



Exercice 28

On définit la relation f par :

$$3(x - 4) + 2f(x) = 3[-4 + f(x)]$$

- 1) Montrer que f est une fonction linéaire.
- 2) Déterminer les nombres a et b sachant que les points $E(-3; a + 2)$ et $F\left(b + 1; \frac{b}{3}\right)$ appartiennent à la représentation graphique de f .
- 3) Construire la courbe de f dans un repère orthonormé.

05

Challenges

Exercice 29

- 1) Exprimer les trois fonctions linéaires associées à chaque taux qui permettent de passer du prix HT au prix TTC (désigner par x le prix HT).

Taux	Fonction linéaire
Taux faible 2,3 %	...
Taux réduit 5,6 %	...
Taux normal 18,5 %	...

- 2) a. Le prix HT d'un objet A est 380 DH. Sa taxe est au taux réduit. Quel est son prix TTC ?
 b. Un objet B d'une valeur de 150 DH est vendu 179. Quel est le taux ?
 c. Le prix TTC d'un objet est de 4084 DH. Sa taxe est au taux faible. Quel est son prix HT ?

Exercice 30

a et b sont deux nombres réels.

On considère la fonction f définie par :

$$f(x) = (a - 2)x - b + 3$$

Déterminer a et b pour que f soit une fonction linéaire de coefficient -4 .

Exercice 31

Soit f une fonction linéaire telle que :

$$3f(x) + f(1 - x) = 6x + 3 \quad \text{pour tout réel } x.$$

Calculer $f(x)$ en fonction de x .

06**Situations proposées aux olympiades****Exercice 1**

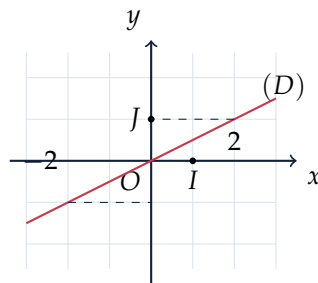
Soit f une relation telle que :

$$2f(x) + 3f(1 - x) = 15 - 5x \quad \text{pour tout réel } x.$$

Calculer $f(x)$ en fonction de x .

07**Je me prépare à l'examen local****Exercice 32 — Exercice résolu**

Dans le plan rapporté à un repère orthonormé $(O; I; J)$, on considère la droite (D) représentation graphique d'une fonction linéaire f (voir la figure ci-dessous).



- 1) Déterminer $f(0)$ et $f(-2)$.
- 2) Déterminer le nombre dont l'image est 1 par la fonction f .
- 3) Déterminer le coefficient de la fonction f .

Correction : 32

- 1) *Déterminons $f(0)$ et $f(-2)$.*

On sait que f est une fonction linéaire.

Donc : $f(0) = 0$

D'après la figure, la droite (D) passe par le point de coordonnées $(-2; -1)$.

Donc : $f(-2) = -1$

- 2) D'après la figure, la courbe (D) de la fonction f passe par le point de coordonnées $(2; 1)$.

Donc 2 est l'antécédent de 1 par la fonction f .

- 3) On sait que f est une fonction linéaire.

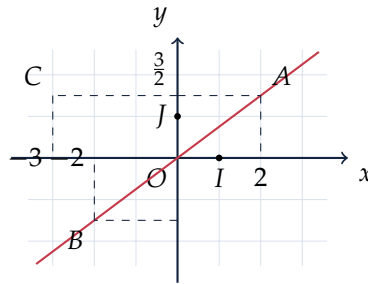
Donc : $\frac{f(2)}{2}$ est le coefficient de la fonction f .

Or $f(2) = 1$, alors : $\frac{f(2)}{2} = \frac{1}{2}$

D'où $\frac{1}{2}$ est le coefficient de la fonction f .

Exercice 33 — Exercice résolu

Dans un repère orthonormé $(O; I; J)$, on considère les points $A\left(2; \frac{3}{2}\right)$, $B\left(-2; -\frac{3}{2}\right)$ et $C\left(-3; \frac{3}{2}\right)$ (voir la figure).



La droite (OA) est la représentation graphique de la fonction g .

1) Quelle est la nature de la fonction g ?

2) Déterminer graphiquement $g(-2)$.

3) Montrer que : $g(x) = \frac{3}{4}x$.

Correction : 33

1) *Nature de la fonction g .*

On sait que la droite (OA) passe par l'origine du repère.

Et (OA) est la courbe de la fonction g .

Donc, g est une fonction linéaire.

2) D'après la figure, la droite (OA) passe par le point $B\left(-2; -\frac{3}{2}\right)$.

Donc, $g(-2) = -\frac{3}{2}$

3) g est une fonction linéaire et $g(-2) = -\frac{3}{2}$

D'où $\frac{g(-2)}{-2}$ est le coefficient de g .

Or $\frac{g(-2)}{-2} = \frac{-\frac{3}{2}}{-2} \times \frac{1}{-2} = \frac{3}{4}$

Donc : $g(x) = \frac{3}{4}x$.

Exercice 34

Soit g la fonction linéaire telle que : $g(-1) = 3$

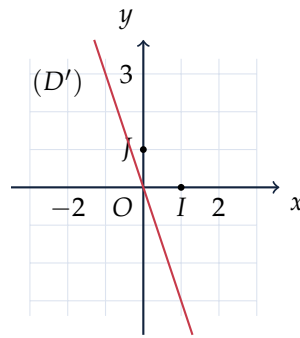
1) Déterminer le coefficient de g .

2) Montrer que le point $B\left(\frac{1}{3}; -1\right)$ appartient à la courbe de la fonction g .

3) Construire la courbe de la fonction g dans un repère orthonormé $(O; I; J)$.

Exercice 35

Sur la figure ci-dessous, la droite (D') est la représentation graphique de la fonction linéaire g .



- 1) Déterminer graphiquement $g(-1)$.
- 2) Déterminer $g(x)$ pour tout réel x .
- 3) Recopier et compléter le tableau suivant :

x	-4	-10	
$g(x)$			-10

Exercice 36

On considère la fonction linéaire f définie par : $f(x) = \frac{2}{3}x$

- 1) Calculer $f(3)$ et $f(-3)$.
- 2) Calculer le nombre dont l'image par f est 4.
- 3) Construire la représentation graphique de la fonction f .

Exercice 37

Soit g la fonction linéaire dont la représentation graphique passe par le point $A(1;2)$ dans un repère orthonormé $(O;I;J)$.

- 1) Tracer la courbe de g .
- 2) Déterminer graphiquement l'image de 2 par g (c'est-à-dire $g(2)$).
- 3) Déterminer graphiquement le nombre dont l'image par g est -2 .
- 4) Montrer que : $g(x) = 2x$.

Exercice 38

- 1) Déterminer l'expression de la fonction linéaire f sachant que sa représentation graphique passe par $A(2;6)$.
- 2) Déterminer le nombre réel m tel que : $f(m) = 9$.

Exercice 39

On considère la fonction g définie par :

$$g(x) = 2(2x - 1) + 2$$

- 1) Montrer que g est une fonction linéaire.
- 2) Vérifier que : $g(1) = 4$.

Exercice 40

On considère la fonction linéaire g définie par : $g(x) = -\frac{1}{2}x$ et soit (D) sa représentation graphique dans un repère orthonormé $(O; I; J)$.

- 1) Calculer $g(2)$ et $g\left(\frac{1}{5}\right)$.
- 2) Déterminer le nombre dont l'image par g est $\sqrt{2}$.
- 3) Construire (D) .

Exercice 41

Soit g la fonction linéaire telle que : $g(2) = 6$

- 1) Déterminer l'expression de g .
- 2) Représenter la fonction g dans un repère orthonormé.
- 3) Le point $E(100; 300)$ appartient-il à la représentation graphique de la fonction g ?

Exercice 42

Soit g la fonction linéaire telle que : $g(2) = 30$

- 1) Montrer que 15 est le coefficient de g .
- 2) Calculer $g(0)$.
- 3) $A(\sqrt{3}; 3\sqrt{3})$ appartient-il à la représentation graphique de la fonction g ? Justifier.

Exercice 43

Soit f une relation telle que pour tout nombre réel x :

$$1 + 3(x + 5) - 7f(x) = 8(2 - f(x))$$

- 1) Montrer que f est une fonction linéaire.
- 2) Montrer pour tout nombre réel x : $f(4x) = 4f(x)$
- 3) Déterminer les nombres réels a et b sachant que la représentation graphique de la fonction linéaire f passe par les points : $A(a; 2)$ et $B\left(\frac{1}{2}; b\right)$.