

3 APIC ■ Semestre 1 ■ Activités géométriques

04

Théorème de Thalès

Appliquer le théorème de Thalès, sa réciproque et la propriété de la droite des milieux pour calculer des longueurs et démontrer que deux droites sont parallèles.

Feuille d'exercices

60 min

Nom : _____

Date : _____

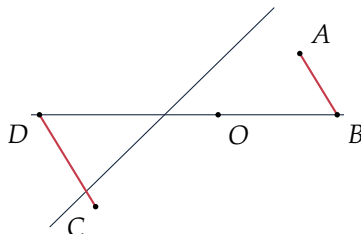
01

Pratique — J'applique

1. Théorème de Thalès

Exemple 1 — Calculer OC et AB

Sur la figure ci-contre, les droites (AB) et (CD) sont parallèles.



On donne : $OA = 2,4$ cm ; $OB = 2,8$ cm

$OD = 4,2$ cm ; $DC = 4,8$ cm

Calculer OC et AB .

- Le point C appartient à la droite (OA) et le point D appartient à la droite (OB) .
- Les droites (AB) et (CD) sont parallèles.

D'après le théorème de Thalès, on a : $\frac{OA}{OC} = \frac{OB}{OD} = \frac{AB}{CD}$

C'est-à-dire : $\frac{2,4}{OC} = \frac{2,8}{4,2} = \frac{AB}{4,8}$

donc : $\frac{2,4}{OC} = \frac{2,8}{4,2}$ et $\frac{AB}{4,8} = \frac{2,8}{4,2}$

alors : $OC = \frac{4,2}{2,8} \times 2,4$ et $AB = \frac{2,8}{4,2} \times 4,8$

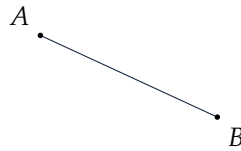
D'où : $OC = 3,6$ cm et $AB = 3,2$ cm

2. Utiliser le théorème de Thalès pour placer des points

Exemple 2 — Construire le point M de $[AB]$ tel que $\frac{AM}{AB} = \frac{2}{3}$

$[AB]$ est un segment donné.

En utilisant un compas et une règle non graduée, construire le point M de $[AB]$ tel que : $\frac{AM}{AB} = \frac{2}{3}$.



On a une égalité de deux rapports, donc on peut penser à utiliser le théorème de Thalès.

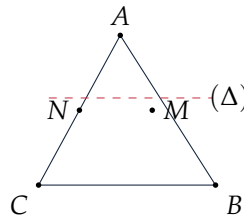
On construit :

- une demi-droite d'origine A .
- on prend, au compas, sur cette demi-droite le point N tel que : $AN = 2$.
- on prend, au compas, sur $[AN]$ le point C tel que : $AC = 3$.
- on trace la droite (Δ) parallèle à (BC) passant par N .
- la droite (Δ) va couper (AB) en M (le point cherché).

Preuve : Dans le triangle ABC , on a : M est un point de (AB) ; N est un point de (AC) et $(MN) \parallel (BC)$.

D'après le théorème de Thalès, on obtient : $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC}$

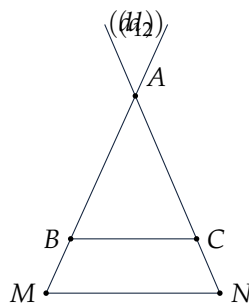
Or : $AN = 2$ et $AC = 3$, alors : $\frac{AM}{AB} = \frac{2}{3}$.



3. Utiliser la réciproque du théorème de Thalès pour démontrer que des droites sont parallèles

Exemple 3 — Montrer que les droites (BC) et (MN) sont parallèles

On donne la figure ci-contre tel que :



$AB = 35$ cm ; $AM = 40$ cm

$AC = 21$ cm ; $AN = 24$ cm

Montrer que les droites (BC) et (MN) sont parallèles.

Montrons que les droites (BC) et (MN) sont parallèles.

Les points A, B, M et A, C, N sont alignés dans le même ordre et :

$$\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} \quad \left(\text{car } \frac{AM}{AB} = \frac{40}{35} = \frac{8}{7} \text{ et } \frac{AN}{AC} = \frac{24}{21} = \frac{8}{7} \right)$$

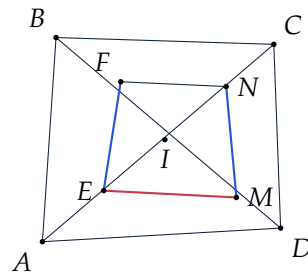
donc d'après la réciproque du théorème de Thalès les droites (BC) et (MN) sont parallèles.

Exemple 4 — Démontrer que $(EM) \parallel (AD)$

Sur la figure ci-contre :

$(AB) \parallel (EF)$; $(MN) \parallel (DC)$; $(FN) \parallel (BC)$.

Démontrer que : $(EM) \parallel (AD)$.



Dans le triangle ABI ,

E est un point de (AI) , $F \in (BI)$ et $(AB) \parallel (EF)$.

D'après le théorème de Thalès, on a : $\frac{IF}{IB} = \frac{IE}{IA} = \frac{FE}{BA}$ (1)

Dans le triangle BIC , on a : F est un point de (BI) , N est un point de (CI) et $(FN) \parallel (BC)$. D'après

le théorème de Thalès, on a : $\frac{IF}{IB} = \frac{IN}{IC} = \frac{FN}{BC}$ (2)

De (1) et (2) on déduit que : $\frac{IE}{IA} = \frac{IN}{IC}$ (3)

Dans le triangle CID ,

on a : N est un point de (CI) , M est un point de (ID) et $(MN) \parallel (CD)$.

D'après le théorème de Thalès, on a : $\frac{IN}{IC} = \frac{IM}{ID} = \frac{NM}{CD}$ (4)

De (3) et (4) on déduit que : $\frac{IE}{IA} = \frac{IM}{ID}$

Dans le triangle AID ,

on a : E est un point de $[AI]$, M est un point de $[ID]$ et $\frac{IE}{IA} = \frac{IM}{ID}$.

D'après la réciproque du théorème de Thalès, on a : $(EM) \parallel (AD)$.

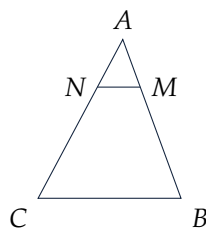
02

Investissement — Je m'entraîne

Pour réviser son cours

Exercice 1

Sur la figure ci-contre :



$AM = 4$; $AB = 12$; $AN = 3$

$BC = 10$ et $(MN) \parallel (BC)$

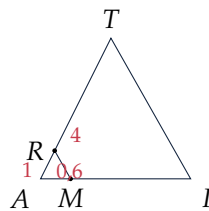
Pour calculer AC et MN , compléter la réponse suivante :

Dans le triangle

on a : N est un point (...) , ... est un point de (AB) et
 (...) // (...) . D'après le ... $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$;
 or : $AM = 4$, $AB = 12$, $AN = 3$ et $BC = 10$;
 alors : $\frac{4}{12} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{10}$.
 Donc : $AC = 9$ et $MN = 2,5$.

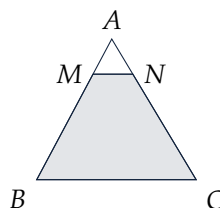
Exercice 2

Calculer TI , sachant que :
 $RA = 1$, $RT = 4$,
 $MR = 0,6$ et $(RM) // (TI)$.



Exercice 3

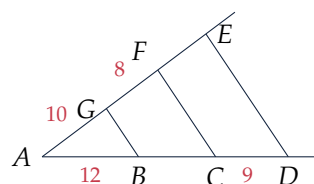
Sur la figure ci-contre :
 $AM = 2$; $AB = 8$
 $AN = 3$; $AC = 12$
 Pour montrer que : $(MN) // (BC)$,
 compléter les phrases suivantes :
 Dans le triangle...
 Comparons $\frac{AM}{AB}$ et $\frac{AN}{AC}$
 On a : $\frac{AM}{AB} = \frac{2}{8} = \frac{1}{4}$ et $\frac{AN}{AC} = \frac{3}{12} = \frac{1}{4}$
 D'où : $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC}$
 Or : $M \in [AB]$ et $N \in [AC]$,
 alors : $(MN) // (BC)$ (d'après la ...)



Théorème de Thalès direct

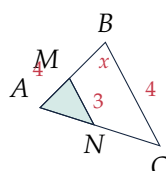
Exercice 4

Sur la figure ci-contre:
 $(BG) // (CF) // (DE)$.
 Calculer BC et EF .

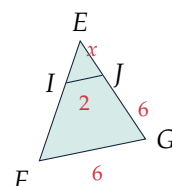


Exercice 5

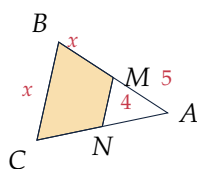
Calculer les valeurs de x dans les figures suivantes :
(où apparaissent des segments parallèles.)



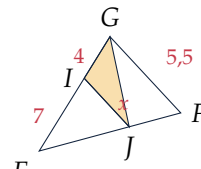
1)



2)



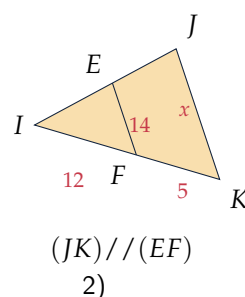
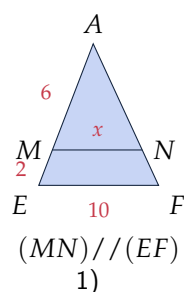
3)



4)

Exercice 6

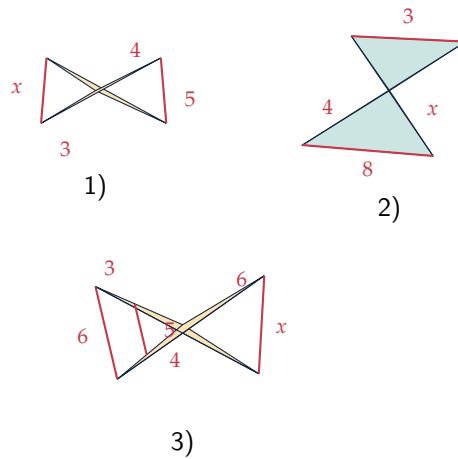
Calculer x dans chacun des cas suivants :



(Figures à main levée.)

Exercice 7

Calculer les valeurs de x dans les figures suivantes
où apparaissent des segments rouges parallèles .
(figures à main levée).



Exercice 8

Sur la figure ci-contre:

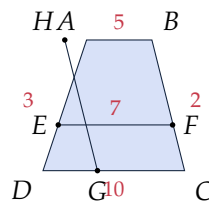
$ABCD$ est un trapèze ;

$(EF) \parallel (DC)$; $(HG) \parallel (BC)$.

$AB = 5$; $EF = 7$

$DC = 10$; $CF = 2$ et $DE = 3$

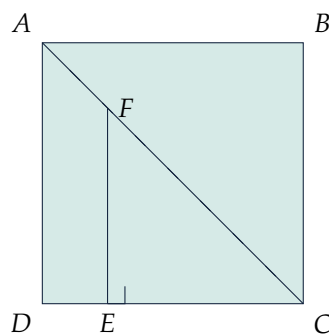
Calculer BF et AE .



Exercice 9

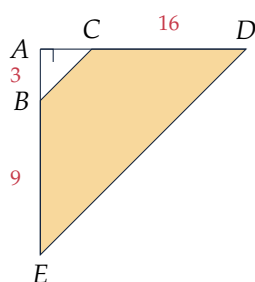
$ABCD$ est un carré de côté 6 cm

Calculer CE et EF .



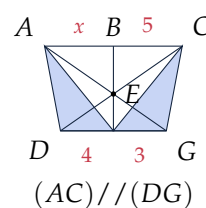
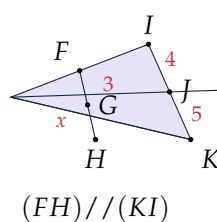
Exercice 10

Calculer l'aire et le périmètre du trapèze $BCDE$.



Exercice 11

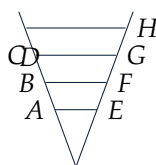
Calculer x dans chacun des cas suivants :
(Figures à main levée).



Exercice 12

Sur la figure ci-contre
 $(AE) // (BF) // (CG) // (DH)$.

Montrer que : $\frac{AC}{BD} = \frac{EG}{FH}$

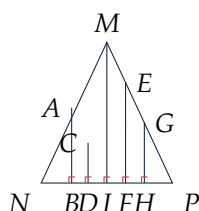


Exercice 13

Sur la figure ci-contre ,
 MNP est un triangle isocèle en M .

$MI = 60$ et $NP = 90$.

Calculer AB et CD .

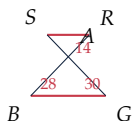


Mon bilan

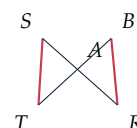
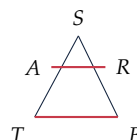
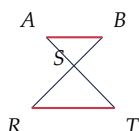
Exercice 1

1) Indiquer la bonne réponse par A, B ou C :

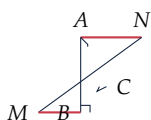
	A	B	C
1) Les droites (SR) et (BC) sont parallèles. À 14 combien est égale AS ?		15	60



2) Les droites de même couleur sont parallèles. On peut écrire les égalités : $\frac{SA}{ST} = \frac{SB}{SR} = \frac{AB}{RT}$ dans une seule figure. Laquelle ?



3) Quels rapports égaux peut-on écrire d'après cette figure ?

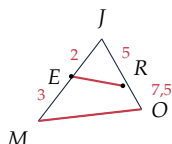


$$\frac{AC}{AB} = \frac{NC}{NM} = \frac{CA}{AB} = \frac{CM}{CN} = \frac{AC}{AB} = \frac{AM}{AN} = \frac{AM}{AN} = \frac{MB}{MB}$$

4) Les droites (ER) et (MO) sont-elles oui parallèle ?

non

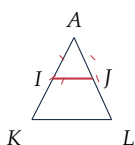
on ne peut pas savoir



5) I milieu de [AK] et J milieu de [AL]. Alors 7,2cm longueur IJ est égale à ...

6cm

4,2cm



2) En cas d'erreur, voici quelques conseils :

Savoir	Pratique
Ex: 1	Théorème 1
Ex: 2	Théorème 1
Ex: 3	Théorème 1
Ex: 4	Théorème 2
Ex: 5	Propriété

3) Exercices pour la remédiation : voir R4 page : 248

Corrections page : 247

03

Approfondissement — Je recherche

Théorème de Thalès direct

Exercice 14

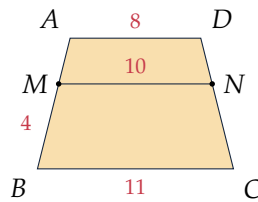
$ABCD$ est un trapèze tel que $(AD) \parallel (BC)$.

Sur la figure, on donne :

$BM = 4$, $AD = 8$,

$MN = 10$ et $BC = 11$.

Calculer AM .



Exercice 15

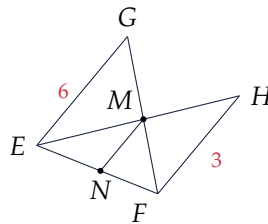
Sur la figure ci-contre ,

$(EG) \parallel (FH) \parallel (NM)$

$N \in [EF]$; $M \in [FG]$

$M \in [EH]$; $EG = 6$; $FH = 3$.

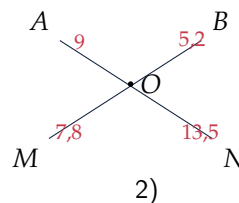
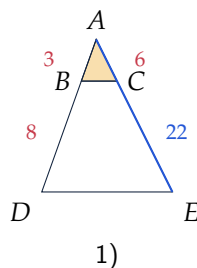
Calculer MN .



Réciproque du théorème de Thalès

Exercice 16

On considère les deux figures suivantes :



1) Les droites (BC) et (DE) sont -elles parallèles?

2) Les droites (AB) et (MN) sont -elles parallèles?

Exercice 17

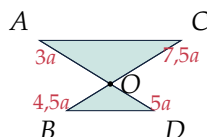
Sur la figure ci-contre :

$$OA = 3a ; OB = 4,5a$$

$$OC = 7,5a ; OD = 5a$$

Où a est un nombre positif.

Les droites (AB) et (DC) sont-elles parallèles ?



Exercice 18

ADE est un triangle tel que : $AE = 3,3$ et $AD = 2,1$

Soit B un point de $[AD]$ tel que : $AB = 1,4$ et

C un point de $[AE]$ tel que : $CE = 1,1$.

Montrer que : $(BC) \parallel (DE)$.

Exercice 19

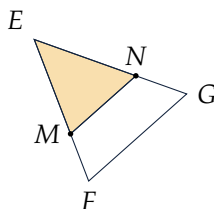
Sur la figure ci-contre :

$$EM = 8 ; EF = 12 ; EN = 10$$

$$NG = 5 \text{ et } FG = 12 .$$

1) Montrer que $(MN) \parallel (FG)$.

2) Calculer MN .



Exercice 20

$ABCD$ est un rectangle de centre O tel que :

$$AB = 6,3 \text{ cm} \quad \text{et} \quad BC = 4,2 \text{ cm}.$$

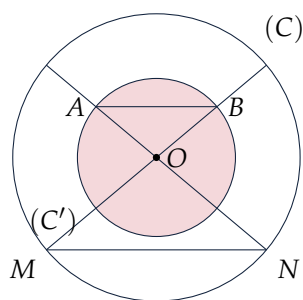
Soit M un point de $[BC]$ tel que $BM = 2,8 \text{ cm}$ et N un point de $[BD]$ tel que : $BN = \frac{1}{3} BD$.

Démontrer que : $(MN) \parallel (AC)$.

Exercice 21

Les cercles (C) et (C') sont concentriques (même centre O).

En utilisant la réciproque du théorème de Thalès ,
démontrer que $(AB) \parallel (MN)$.



Exercice 22

$ABCD$ est un quadrilatère .

Soit M un point de $[AB]$.

La parallèle à (BC) passant par M coupe $[AC]$ en N .

La parallèle à (DC) passant par N coupe $[AD]$ en P .

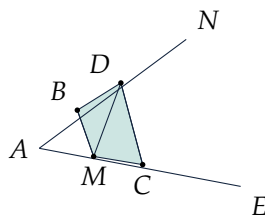
Montrer que les droites (MP) et (DB) sont parallèles.

Exercice 23

Sur la figure ci-contre,

$(MD) \parallel (NC)$ et $(BC) \parallel (DE)$.

Démontrer que : $(BM) \parallel (NE)$.



Exercice 24

$ABCD$ est un quadrilatère dont les diagonales se coupent en I .

La parallèle à (BC) passant par A coupe (BD) en M .

La parallèle à (AD) passant par B coupe (AC) en N .

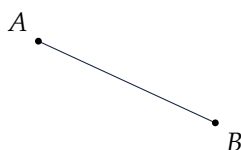
Démontrer que : $(MN) \parallel (DC)$.

Problèmes ouverts

Exercice 25

Reproduire le segment $[AB]$ et construire le point M de $[AB]$ tel que :

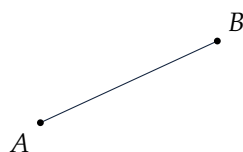
$$\frac{BM}{BA} = \frac{5}{7} .$$



Exercice 26

Reproduire le segment $[AB]$ et construire le point M de $[AB]$ tel que :

$$\frac{AM}{MB} = \frac{5}{7}.$$



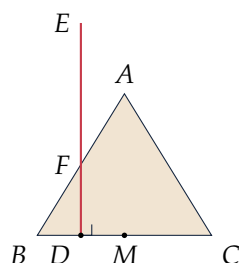
Exercice 27

ABC est un triangle isocèle en A .

Une droite perpendiculaire à (BC) coupe respectivement en D , E et F , les droites (BC) , (CA) et (AB) .
Soit M le milieu de $[BC]$.

1) Montrer que : $AE = AF$.

2) Démontrer que : $\frac{AE}{AB} = 2 \frac{MD}{BC}$.



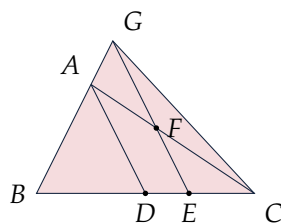
Exercice 28

Sur la figure ci-contre ,

D est le milieu de $[BC]$

et $(EF) \parallel (AD)$.

Montrer que : $EF + EG = 2AD$.



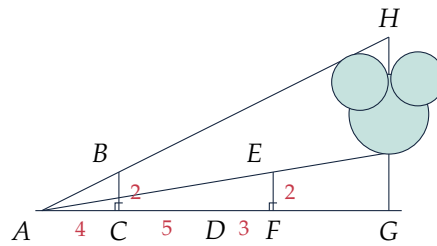
Challenges

Exercice 29

On considère la figure suivante :

1) Calculer GH la hauteur de l'arbre .

2) Calculer AG la distance de A au pied de l'arbre.



Exercice 30

ABC est un triangle. Soit N le milieu de $[AC]$ et M le point de $[AB]$ tel que : $\frac{AM}{AB} = \frac{3}{4}$.

Soit P le point d'intersection des droites (MN) et (BC) .

1) Exploiter le dynamisme du logiciel Geogebra pour conjecturer la position du point M sur le segment $[NP]$, en utilisant les icônes suivants :

Polygone	Milieu	Droite	
----------	--------	--------	--

2) Démontrer que M est le milieu de $[NP]$.

Avec TICE

Exercice 31

$ABCD$ est un parallélogramme tel que $AB \neq AD$.

La bissectrice de l'angle $\widehat{BAD}$ coupe $[BD]$ en E .

La bissectrice de l'angle $\widehat{ABC}$ coupe $[AC]$ en F .

Démontrer que : $(EF) \parallel (AB)$.

Exercice 32

$ABCD$ est un trapèze de bases $[AB]$ et $[DC]$ tel que : $\widehat{BAC} = 90^\circ$.

Soit M le milieu de $[BD]$ et N le projeté orthogonal de M sur $[AC]$.

Calculer MN en fonction de AB et DC .

Situations proposées aux olympiades

Exercice Sans numéro

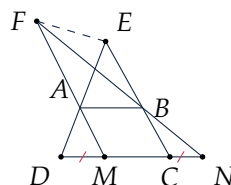
Soit $ABCD$ un trapèze tel que les droites (AD) et (BC) se coupent en E .

Soit M un point de $[DC]$ et soit N le point de la demi-droite $[DC)$ tel que :

$$DN > DC \quad \text{et} \quad CN = DM$$

Les droites (AM) et (BN) se coupent en F .

Montrer que : (EF) et (AB) sont parallèles



04

Je me prépare à l'examen local

Exercice 33 — Exercice résolu

$EFGH$ est un parallélogramme.

Soit A le point de $[FG]$ tel que : $GA = \frac{1}{4} GF$.

La parallèle à (FH) passant par A coupe (GH) en B et (EH) en C .

1) a. Montrer que : $\frac{GA}{GF} = \frac{AB}{HF}$.

b. Montrer que : $GA \times BC = FA \times BA$.

2) Soit D un point de $[EH]$ tel que : $ED = \frac{1}{4} EH$.

Montrer que : $(EG) // (DB)$.

Correction : 33

1) a. Montrons que : $\frac{GA}{GF} = \frac{AB}{HF}$.

Dans le triangle FGH ,

on a A est un point de (FG) , B est un point de (GH)
et $(AB) // (FH)$.

D'après le théorème de Thalès : $\frac{GA}{GF} = \frac{AB}{HF}$.

b. Montrons que : $GA \times BC = FA \times BA$.

Dans le triangle ABG ,

on a H est un point de (BG) et C est un point de (BA)
et $(CH) // (AG)$;

d'après le théorème de Thalès : $\frac{BA}{BC} = \frac{BG}{BH} = \frac{AG}{CH}$.

Considérons la proportion : $\frac{BA}{BC} = \frac{AG}{CH}$.

Comme $CH = FA$ car $AFHC$ est un parallélogramme,

alors : $\frac{BA}{BC} = \frac{AG}{FA}$.

Donc : $GA \times BC = FA \times BA$.

2) Montrons que $(DB) // (EG)$.

On considère le triangle EGH .

Comparons $\frac{HD}{HE}$ et $\frac{HB}{HG}$

On a : $\frac{HD}{HE} = \frac{HE - ED}{HE} = \frac{HE}{HE} - \frac{ED}{HE} = 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$

(car D est un point de $[HE]$)

Et : $\frac{HB}{HG} = \frac{HG - BG}{HG} = \frac{HG}{HG} - \frac{BG}{HG} = 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$

(car B est un point de $[HG]$)

D'où : $\frac{HD}{HE} = \frac{HB}{HG}$.

Et comme D est un point de $[EH]$ et B est un point de $[HG]$, alors $(DB) // (HG)$ (d'après la réciproque du théorème de Thalès).

Exercice 34

EFG est un triangle tel que : $EF = 4\text{cm}$ et $FG = 5\text{cm}$.

Soit A un point de $[FG]$ tel que : $FA = 3\text{cm}$.

La parallèle à (EF) passant par A coupe (EG) en B .

- 1) calculer AB .
- 2) La parallèle à (AE) passant par F coupe (EG) en C .
La parallèle à (EF) passant par C coupe (FG) en D .
Comparer : $\frac{GA}{GF}$ et $\frac{AB}{EF}$ puis $\frac{GF}{GD}$ et $\frac{GE}{GC}$.

Exercice 35

- $MARS$ est un rectangle tels que : $MA = 6$ et $RA = 3$.
Soit E un point de (SR) tel que : $ER = 3$ et E n'appartient pas à $[SR]$.
La droite (ME) coupe (AS) en F et (RA) en H .
- 1) Calculer HR .
 - 2) Comparer : $\frac{FM}{FE}$ et $\frac{FA}{FS}$ puis $\frac{FH}{FM}$ et $\frac{FA}{FS}$
 - 3) Montrer que : $FM^2 = FH \times FE$.
 - 4) Soit T un point de $[MS]$ tel que : $ST = 2$.
Montrer que : $(TR) \parallel (ME)$.

Exercice 36

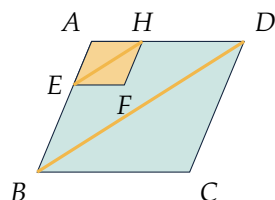
- ABC est un triangle tel que :
 $BC = 7$; $AC = 5,6$ et $AB = 4,2$.
Soit E un point de $[AC]$ tel que : $AE = 4$.
La parallèle à (BC) passant par E coupe (AB) en F .
- 1) Calculer : AF et EF .
 - 2) Soit M un point de $[AC]$ tel que : $AM = 7,2$.
et N un point de $[BC]$ tel que : $BN = 9$.
Montrer que $(MN) \parallel (AB)$.

Exercice 37

- ABC est un triangle tel que :
 $AB = 15$; $AC = 12$.
Soit E un point de $[AB]$ tel que : $AE = 5$.
et F un point de $[AC]$ tel que : $AF = 4$.
- 1) Montrer que : $(EF) \parallel (BC)$.
 - 2) La parallèle à (AC) passant par E coupe (BC) en G ;
calculer EG .

Exercice 38

- $ABCD$ et $AEFH$ sont des parallélogrammes
tels que : $AB = 9$, $AD = 6$, $E \in [AB]$,
 F est un point de $[AC]$,
 H est un point de $[AD]$ et $\frac{AF}{AC} = \frac{1}{3}$
- 1) Calculer AE et AH .
 - 2) Comparer : $\frac{AE}{AB}$ et $\frac{AH}{AD}$.
 - 3) En déduire que : $(EH) \parallel (BD)$.

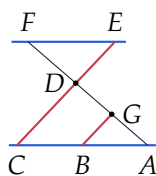


Exercice 39

Sur la figure ci-dessous :

$(EF) \parallel (AC)$ et $(CE) \parallel (BG)$.

$AC = 18$; $AB = 12$; $AD = 10$; $DF = 5$.



- 1) Calculer EF et AG .
- 2) Montrer que : $(CF) \parallel (BD)$.

Exercice 40

EFG est un triangle.

Soit M et N deux points à l'extérieur de EFG tels que :

M est un point de $[FE)$ et N est un point de $[GE)$.

EFG est un triangle.

Exercice 41

Soit M et N deux points à l'extérieur de EFG tels que :

M appartient à $[FE)$ et N appartient à $[GE)$.

La parallèle à la droite (MG) passant par N coupe (EF) en A .

La parallèle à (FN) passant par M coupe (EG) en B .

Démontrer que $(AB) \parallel (FG)$.

Exercice 42

1) a. Construire un triangle RST tel que :

$RS = 5\text{cm}$, $RT = 7,5\text{cm}$ et $ST = 8\text{cm}$.

b. Placer le point I du segment $[SR]$ tel que : $SI = 2\text{cm}$

c. Tracer la parallèle à la droite (RT) passant par I ;

elle coupe $[ST]$ en J .

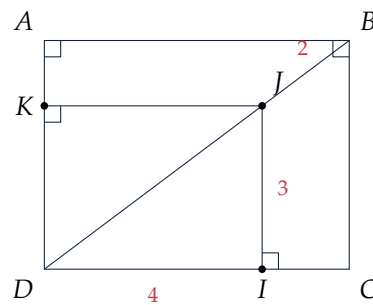
2) a. Démontrer que : $IJ = 3\text{cm}$.

b. En déduire la nature du triangle RIJ ainsi qu'une égalité d'angles.

c. Démontrer que la demi-droite $[RJ)$ est la bissectrice de l'angle $\widehat{IRT}$.

Exercice 43

On considère la figure suivante :



- 1) Calculer DJ .
- 2) Calculer l'aire du rectangle $ABCD$.

Exercice 44

Soit ABC un triangle rectangle en A tel que :

$$BE = 2,4 \text{ cm} ; \quad EA = 4 \text{ cm} ;$$

$$BF = 3 \text{ cm} ; \quad AC = 4,8 \text{ cm}$$

- 1) Calculer BC .
- 2) Montrer que les droites (EF) et (AC) sont parallèles.
- 3) En déduire EF .

